REVISTA DE ESTUDIOS REGIONALES Nº 64 (2002), PP. 75-92

Crecimiento y capital público desde una perspectiva regional: Una extensión del modelo de Barro

Diego Martínez López*
Universidad de Jaén

BIBLID [0213-7525 (2002); 64; 75-92]

PALABRAS CLAVE: Infraestructuras, Crecimiento endógeno, Tipo impositivo, Economía regional.

KEY WORDS: Infrastructures, Endogenous growth, Tax rate, Regional economics.

RESUMEN

Este trabajo presenta un modelo de dos regiones con crecimiento endógeno, capital público (susceptible de ser congestionado) y efectos desbordamiento; dicho gasto público productivo es financiado a través de un impuesto lineal sobre la renta. Bajo esta especificación se calculan las tasas de crecimiento del consumo en un marco descentralizado y planificado, así como el tipo impositivo que maximiza dicha tasa de crecimiento, mostrando siempre las diferencias existentes entre uno y otro contexto. Estos resultados se comparan con los recogidos en Barro (1990) y se discuten las novedades que en nuestro planteamiento la perspectiva regional introduce.

ABSTRACT:

This paper presents an endogenous-growth model for two regions with public capital (considering congestion) and spillovers effects; we set a lineal income tax to finance public infrastructure. Under this framework, we obtain the growth rate of consumption in a decentralized and planned context, pointing out the differences between both of scenarios; also tax rate which maximize such growth rate is calculated. These results are compared to Barro's (1990) and the new conclusions that regional point of view incorporates are discussed.

1. INTRODUCCIÓN.

Hasta mediados de la década de los ochenta la teoría del crecimiento mostraba una serie de limitaciones que impedía explicar, con la amplitud adecuada, la existencia de tasas de crecimiento positivas para la renta per cápita. Los modelos de corte neoclásico herederos de los trabajos pioneros de Solow (1956) y Swan

* Deseo agradecer los comentarios y sugerencias de Pablo Brañas, José Manuel González-Páramo, Antonio Martín y Javier Rodero a una versión anterior de este trabajo. No obstante, los errores que aún pudieran subsistir son mi exclusiva responsabilidad.

(1956), que posteriormente se generalizan con planteamientos de optimización intertemporal (Cass, 1965; Koopmans, 1965), llevaban consigo rendimientos decrecientes en los factores de producción y, por tanto, una tasa de crecimiento nula en el estado estacionario. Con la intención de evitar esta circunstancia los modelos neoclásicos incorporaron, a través de distintas especificaciones (por ejemplo, Phelps, 1962, y Solow, 1969), el progreso técnico que permitía compatibilizar la teoría neoclásica con la evidencia proporcionada por economías maduras con niveles de renta per cápita crecientes.

Sin embargo, el planteamiento era claramente insatisfactorio. Por un lado, se vinculaba un fenómeno tan complejo y trascendente como es la mejora en los niveles de bienestar de que disfrutan los agentes económicos a una variable exógena y de difícil medición: el progreso tecnológico. Por otro lado, se ignoraban variables de singular importancia cuyos efectos sobre las tasas de crecimiento eran anticipados por la lógica económica: política pública, capital humano, externalidades, inversión en I + D, etc. Por ello, a partir del artículo de Romer (1986), la teoría del crecimiento entra en una nueva etapa al desaparecer los rendimientos decrecientes en los factores acumulables y asociar tasas de crecimiento positivas en la renta per cápita con la propia dinámica del modelo y no con variables exógenas. Es el inicio de las llamadas teorías de crecimiento endógeno, una buena parte de las cuales se fundamenta en la denominada tecnología *AK,* que permite definir tasas de crecimiento que dependen de las propias decisiones de los agentes económicos.

Esta tecnología es incorporada a lo largo de la literatura económica de diversas formas. Una de ellas es la propuesta por Barro (1990) que incluye como un argumento de la función de producción un bien público provisto por el Estado y financiado a través de un impuesto sobre la renta[1]. Si bien no era el primer trabajo que consideraba el gasto público productivo en un contexto de crecimiento (Arrow y Kurz, 1970; Jones y Manuelli; 1990; King y Rebelo, 1990), ha supuesto el inicio de una serie de aportaciones que estudian las interrelaciones entre la política fiscal y el crecimiento económico (desde la perspectiva que nos ocupa, sirvan como ejemplos Rebelo, 1991, González-Páramo, 1995, y Galindo y Escot, 1998).

1. La principal aportación de Barro (1990) consiste en la generación de rendimientos constantes en los factores acumulables a través del gasto público productivo. Cuando el gobierno acompasa el ritmo de crecimiento de la inversión pública al del capital privado, la tasa de crecimiento de la renta no decrece, circunstancia propia de los modelos de crecimiento endógeno. La inversión pública es considerada por los agentes privados como una variable dada que generará un externalidad positiva sobre su nivel de producción.

Tanto el artículo seminal de Barro como trabajos posteriores (Barro y Sala-i-Martin, 1992 y 1995; Sala-i-Martin, 1994) profundizan en esta línea mostrando el doble efecto del gasto público sobre la tasa de crecimiento; por una parte, una mayor provisión del mismo incrementa la productividad del capital privado y con ella el ritmo de crecimiento económico; por otra parte, los efectos de la imposición con que se financia el gasto público productivo inciden negativamente sobre dicha tasa de crecimiento. Se establece, por tanto, una relación no monótona entre tipo impositivo (o proporción de la renta que representa el gasto público, si se emplea exclusivamente un impuesto sobre la renta lineal) y tasa de crecimiento, siendo positiva cuando el tipo impositivo se sitúa por debajo de la elasticidad del *output* al gasto público, y viceversa. Estos trabajos comparan, además, las tasas de crecimiento alcanzadas bajo un marco competitivo y planificado, poniendo de manifiesto la externalidad que existe sobre la recaudación tributaria (y no considerada por los agentes privados) cuando invierten en capital privado. Los resultados alcanzados se estudian bajo distintas especificaciones del modelo que suponen incluir el gasto público en las funciones de utilidad de los individuos y/o considerar la posible congestión a que puede verse sometido el capital provisto por el Estado.

Esta literatura ofrece conclusiones a partir de modelos diseñados para economías nacionales, dejando de lado determinados aspectos que, desde una perspectiva regional, merecen un análisis diferencial. En las páginas que siguen se presenta un modelo con dos regiones cuyas funciones de producción incorporan gasto público efectivo (esto es, teniendo en cuenta la congestión, que en nuestro modelo se aproxima por el *stock* de capital privado) y los efectos desbordamiento que se derivan del gasto público productivo efectuado en la otra región. Si bien algunos aspectos de la congestión ya han sido tratados en la literatura especializada (Barro y Sala-i-Martin, 1992; Glomm y Ravikumar, 1994), el contexto regional en que se desarrolla este trabajo y la especificación de formas funcionales concretas enriquecen los análisis precedentes. Por lo que respecta a los *spillovers* interregionales asociados al gasto público, su consideración modifica los resultados alcanzados por investigaciones anteriores.

Después de esta introducción se calcula la tasa de crecimiento del consumo en un contexto competitivo. A continuación, en el apartado III, definimos la solución que alcanzaría un planificador y se ponen de manifiesto las diferencias que existen entre ésta y la tasa de crecimiento en un marco descentralizado. En el apartado IV se obtiene el tipo impositivo que maximiza la tasa de crecimiento y se compara con el que impondría un planificador que considerase los efectos desbordamiento interregionales y el cumplimiento de la condición de eficiencia en la provisión de gasto público. Finalmente, un apartado de conclusiones cierra el trabajo.

2. EL MODELO

Se considera un Estado formado por dos regiones (A y B) habitadas por agentes idénticos que persiguen maximizar la utilidad total recibida entre el instante 0 y el infinito, esto es,

$$U^j = \int_0^\infty e^{-(\rho - n^j)t} \frac{c_j^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} dt \qquad j = A, B, \tag{1}$$

donde $\rho > 0$ es la tasa de descuento, n^j la tasa de crecimiento demográfico en la región j, c_j es el consumo per cápita en el instante t en j (no se utilizan subíndices temporales para simplificar la notación) y σ, $\sigma > 1$, es la inversa de la elasticidad de sustitución de la función instantánea de utilidad, que satisface a su vez las condiciones de Inada. En [1] se ha normalizado la población regional L^j del instante inicial a 1 ($L_{t=0} = 1$) y se supone que los individuos de ambas regiones presentan la misma tasa de descuento. También ofrecen factor trabajo de forma inelástica y son inmóviles desde el punto de vista interregional.

Sean las siguientes funciones de producción de tipo Cobb-Douglas correspondientes a ambas regiones en un momento del tiempo t (que no se anota por cuestiones de simplicidad):

$$\begin{aligned} y^A &= \lambda k^A \left(\frac{g^A}{k^A}\right)^\alpha \left(\frac{g^B}{k^B}\right)^\gamma \\ y^B &= \lambda k^B \left(\frac{g^B}{k^B}\right)^\beta \left(\frac{g^A}{k^A}\right)^\theta \end{aligned} \tag{2}$$

donde y^j es la producción per cápita obtenida en j de un único bien numerario que puede dedicarse tanto a consumo como a inversión, λ es un parámetro tecnológico común a ambas regiones, k^j es el *stock* de capital privado per cápita existente en la región j, y g^A y g^B es el gasto público productivo per cápita efectuado por el Estado en las regiones A y B, respectivamente[2]. Puede suponerse que dicho gasto público es adquirido por el gobierno al sector privado de la economía y pos-

2. Todo este planteamiento supone considerar al gasto público productivo como una variable flujo o, si se prefiere, como una variable *stock* que se deprecia instantáneamente. Una aproximación alternativa es la recogida en Futagami, Morita y Shibata (1993), que tratan al capital público como una variable *stock* susceptible de ser acumulada; ello conlleva implicaciones acerca de la dinámica de transición hacia el estado estacionario del modelo.

teriormente ofrecido como un *input* a los agentes productores[3]. Ambas variables se encuentran divididas por el *stock* de capital privado existente en cada región pues consideraremos a g^j como un bien público impuro sometido a fenómenos de congestión, de ahí que haya que relativizar su magnitud total para hacer referencia al gasto público efectivo. Estos gastos públicos entran en la función de producción de las dos regiones de distinta forma, como puede observarse en los diferentes exponentes que acompañan a estos cocientes en las expresiones de (2). En este sentido, se establece que la elasticidad del *output* regional al capital público provisto en la comunidad es mayor que la existente en relación a las infraestructuras de la otra región (efectos desbordamiento); en otros términos, $\alpha > \gamma$ y $\beta > \theta$. Tanto α como β, γ y θ son coeficientes positivos y menores que 1. Las funciones definidas en (2) permiten caracterizar ambos procesos productivos como equivalentes a la llamada tecnología *AK* lo que conlleva crecimiento endógeno[4].

La financiación del gasto público se realiza a través de un impuesto sobre la renta de tipo impositivo constante τ, común a ambas regiones y recaudado íntegramente por un gobierno central; esto es,

$$\tau\left(y^{A} + y^{B}\right) = g^{A} + g^{B} \tag{3}$$

donde $0 < \tau < 1$. Ello implica un presupuesto para el sector público equilibrado en todos los períodos de tiempo considerados[5]. La expresión (3) no establece de forma explícita un criterio de distribución del gasto público entre regiones. Sin embargo, a efectos de garantizar la naturaleza endógena del modelo, con posterioridad se vincula el gasto público productivo efectuado en una región con la recaudación tributaria obtenida en la misma, todo ello en términos per cápita.

3. De forma equivalente, puede asumirse que el sector público dispone de factores de producción propios y, con una función de producción idéntica a la del sector privado, produce el bien público que luego ofrece a las economías productoras.
4. La existencia de crecimiento endógeno implica la presencia de rendimientos constantes en los factores de producción acumulables (capital privado en nuestro caso). Con las funciones de producción especificadas en (2) ello sucede cuando el sector público acompasa el crecimiento del gasto público productivo per cápita a la tasa de aumento de k_j. Por otro lado, la posibilidad de rendimientos crecientes en la función de producción agregada no es incompatible con el equilibrio competitivo dado que los factores privados mantienen sus rendimientos constantes o decrecientes y es la presencia de bienes públicos y/o externalidades procedentes de otras regiones lo que puede generar rendimientos crecientes en *todos* los factores y a nivel agregado (y no en productores individuales).
5. Esta circunstancia no resulta del todo irreal, pues desde la perspectiva a largo plazo en la que nos encontramos cabe aludir a la aportación ya clásica de Barro (1974) que establece, bajo ciertas condiciones, la equivalencia entre deuda pública actual e impuestos futuros.

Como es habitual en sistemas dinámicos es preciso definir las ecuaciones de movimiento que regirán la evolución de las variables estado implicadas:

$$k^{A} = (1-\tau)\, y^{A} - c_{A} - \left(\delta + n^{A}\right) k^{A} \tag{4}$$

$$k^{B} = (1-\tau)\, y^{B} - c_{B} - \left(\delta + n^{B}\right) k^{B} \tag{5}$$

donde un punto sobre la variable denota su derivada respecto al tiempo, (1- τ) representa la proporción de renta disponible después del pago de impuestos y δ es la tasa de depreciación del capital privado y común a ambas regiones. En este modelo no se considera libre movilidad del capital privado entre las regiones por lo que la formación de capital privado en una región depende exclusivamente del ahorro generado en dicha comunidad[6].

Los agentes privados residentes en una región van a elegir aquella senda de consumo per cápita a partir de la maximización de (1) sujeta a (4) o (5), según la región que estemos considerando. Además, se fijan los valores iniciales del capital privado en ambas regiones: $k^{A}_{t=0} = k^{A}_{0}$ y $k^{B}_{t=0} = k^{B}_{0}$. En lo que sigue se tratará el caso de la región A ya que la traslación de los resultados a B es inmediata.

Construyendo el correspondiente hamiltoniano para resolver el problema de optimización que se plantea se obtiene la siguiente expresión (en la que se han omitido, nuevamente, los subíndices de tiempo):

$$\psi = e^{-\left(\rho - n^{A}\right) t}\, \frac{c_{A}^{\,1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \eta \left((1-\tau)\, y^{A} - c_{A} - \left(\delta + n^{A}\right) k^{A} \right) \tag{6}$$

donde η es una variable de coestado o multiplicador de Lagrange dinámico. Las condiciones necesarias de primer orden que, por la concavidad de las funciones de utilidad y producción empleadas, son también suficientes, se establecen según las técnicas de control óptimo para la variable de control c_A y la variable estado k^A,

$$\frac{\partial \psi}{\partial c_{A}} = 0 \quad \rightarrow \quad e^{-\left(\rho - n^{A}\right) t}\, c_{A}^{-\sigma} = \eta \tag{7}$$

6. Las implicaciones que se derivan de la movilidad del capital privado entre países se estudian en trabajos como los de Cohen y Sachs (1986) o Barro, Mankiw y Sala-i-Martín (1992) que, desde distintas perspectivas, estudian las consecuencias de una restricción al endeudamiento exterior en el marco de economía abiertas. Por otra parte, a partir de planteamientos como el de Uzawa (1968) se puede evaluar la posibilidad de establecer una tasa de descuento ρ variable en el tiempo que evite los resultados extremos a los que llegan los modelos de crecimiento con perfecta movilidad del capital.

$$\frac{\partial \psi}{\partial k^{A}} = -\eta \rightarrow -\eta = \eta \left[(1-\tau)\, \lambda \left(\frac{g^{A}}{k^{A}} \right)^{\alpha} \left(\frac{g^{B}}{k^{B}} \right)^{\gamma} (1-\alpha) - (\delta + n^{A}) \right] \tag{8}$$

$$\lim_{t \to \infty} (\eta_t) \left(k_t^{A} \right) = 0 \tag{9}$$

La expresión (9) recoge la condición de transversalidad por la que el valor del *stock* de capital privado se aproxima a cero cuando el tiempo tiende a infinito, señalando de esta forma la nula disposición de los agentes económicos a “regalar” el capital acumulado después del final del período considerado, que en nuestro caso se sitúa en el infinito (de ahí la utilización del concepto de límite). Tomando logaritmos en (7), derivando respecto al tiempo y sustituyendo en (8) se calcula la tasa de crecimiento del consumo per cápita en la región A:

$$\phi^{d}{}_{c_A} = \left(\frac{c}{c} \right)^{d}_{A} = \frac{1}{\sigma} \left[(1-\tau)\, \lambda \left(\frac{g^{A}}{k^{A}} \right)^{\alpha} \left(\frac{g^{B}}{k^{B}} \right)^{\gamma} (1-\alpha) - \rho - \delta \right] \tag{10}$$

La solución descentralizada de la tasa de crecimiento obtenida para el consumo per cápita en la región A, $\phi^{d}{}_{c_A}$, básicamente se corresponde con la proporcionada por la literatura para el caso de una economía nacional (véase Sala-i-Martin, 1994). Se observa, en este sentido, que la tasa de crecimiento expuesta en (10) es constante a lo largo del tiempo puesto que la recaudación tributaria, esto es, el gasto público efectuado en A, crece al mismo ritmo que el capital privado y ello conduce a que el *ratio* g^A/k^A se mantenga invariante a lo largo del tiempo[7]; por su parte, g^B/k^B se considera dado y constante en A. Merecen destacarse, no obstante, dos matices. Por un lado, el término entre paréntesis (1 - α) corrige el valor de la productividad del capital privado para considerar la congestión que una unidad adicional de éste provoca sobre los niveles de gasto público provistos en la región. Por otro lado, la presencia de g^B/k^B en la expresión (10) refleja los efectos desbordamiento que el gasto público efectuado en una región (B)-corregido por el grado de congestión- tiene sobre la otra (A).

Como ya se comentó con anterioridad (véase nota 4), las funciones de producción consideradas en (2) admiten rendimientos constantes a escala del capital privado cuando g^A se incrementa *pari passu* al aumento en k^A –manteniendo así constante el nivel de congestión- para un valor dado de g^B/k^B, con lo que el modelo

7. Para que ello suceda así es preciso vincular la recaudación tributaria de una región con el gasto público provisto en la misma. Una extensión interesante vendría dada por la existencia de saldos fiscales interregionales distintos de cero.

de crecimiento planteado en estas páginas es de naturaleza endógena. Puesto que el tipo impositivo permanece constante la cantidad de gasto público provista crece al mismo ritmo que la renta per cápita; como, además, el capital privado de cada región se encuentra vinculado a y^A e y^B, respectivamente, según (4) y (5), aquel aumenta a la misma tasa que la renta per cápita en las dos comunidades, con lo que la relación g^j/k^j ($j= A, B$) evoluciona a una tasa constante. Por su parte, en Barro y Sala-i-Martin (1995) se demuestra que modelos de crecimiento endógeno con una variable estado no presentan dinámica de transición, esto es, las tasas de crecimiento del capital privado per cápita (ϕ_k^A) y la producción regional per cápita (ϕ_y^A) son las mismas que la del consumo per cápita (ϕ_c^A) y constantes en el tiempo.

Por último, es preciso efectuar un comentario acerca de las condiciones a cumplir por algunos parámetros del modelo con la intención de acotar la utilidad de los agentes en un modelo de crecimiento endógeno que presenta tasas de crecimiento positivas en el estado estacionario. Así es, siguiendo a la literatura sobre el tema (Barro y Sala-i-Martin, 1995) y realizando la correspondiente traslación a nuestro modelo, debe escribirse:

$$\rho > n + \frac{\left(\lambda \left(\frac{g^A}{k^A}\right)^{\alpha} \left(\frac{g^B}{k^B}\right)^{\gamma} (1-\alpha) - \rho - \delta\right)(1-\sigma)}{\sigma} \tag{11}$$

de otra forma, la tasa de descuento ha de ser lo suficientemente elevada como para que la utilidad no se encuentre ilimitada en el horizonte temporal infinito que estamos considerando.

3. LA SOLUCIÓN DE UN PLANIFICADOR

Resulta de interés en este punto poner de manifiesto las diferencias que surgen entre la solución descentralizada y la obtenida por un planificador benevolente que situará el equilibrio en un óptimo paretiano. En primer lugar, la función objetivo a maximizar será la suma de dos funciones de utilidad (una para la región A y otra para B) idénticas a la expuesta en (1).

En segundo lugar, el problema de optimización del planificador debe enfrentarse a una restricción agregada que relaciona la recaudación impositiva con el gasto público productivo provisto en ambas regiones, no limitándose a vincular τ con la caída en la rentabilidad privada de las inversiones –como sucede en el contexto competitivo– sino también con la mayor productividad asociada a superiores niveles de gasto público productivo; asimismo, no se distingue desde el punto de vista regional la producción y la formación bruta de capital de una u otra comunidad, es decir,

$$\dot{k}^{T} = \dot{k}^{A} + \dot{k}^{B} = y^{A} + y^{B} - c_{A} - c_{B} - g^{A} - g^{B} - \left(\delta + n^{A}\right) k^{A} - \left(\delta + n^{B}\right) k^{B} \tag{12}$$

De (12) se desprende también que el planificador no proveerá necesariamente en una región un volumen de *g* idéntico a la magnitud de recursos impositivos per cápita captados en dicha región aunque, como se apuntó con anterioridad, el modelo de crecimiento endógeno especificado en estas páginas exige que la provisión de un nivel de gasto público en una comunidad crezca al mismo ritmo que su renta per cápita.

En tercer y último lugar, el problema del planificador presenta dos variables de control más: g^A y g^B. Ello supone un cambio respecto al contexto competitivo en el que dichas variables se consideran dadas para los agentes optimizadores. Se trata de dos instrumentos de política fiscal que no se encontraban disponibles en la solución descentralizada.

En definitiva, el problema de optimización dinámica correspondiente al planificador supone maximizar la suma de dos funciones de utilidad como la planteada en (1), vinculada cada una de ellas a los habitantes de una región y sujeta a la ecuación de movimiento agregada (12), con las funciones de producción dadas por (2).

Las condiciones necesarias de primer orden del nuevo problema difieren de las ya definidas en las expresiones (7)-(9) en la medida en que el planificador tiene en cuenta los efectos que el capital privado instalado en A tiene sobre los niveles de gasto público que se desbordan hacia B y se consideran los efectos de una mayor recaudación tributaria sobre la provisión de infraestructuras. De esta forma, y procediendo de un modo similar al seguido para el caso competitivo, se obtiene una tasa de crecimiento del consumo per cápita en la región A (χ_c^A) igual a:

$$\chi_{c^{A}}^{\;p} = \left(\frac{\dot{c}}{c}\right)_{A}^{p} = \frac{1}{\sigma}\left[\lambda \left(\frac{g^{A}}{k^{A}}\right)^{\alpha}\left(\frac{g^{B}}{k^{B}}\right)^{\gamma}(1-\alpha) - \lambda\frac{k^{B}}{k^{A}}\theta\left(\frac{g^{B}}{k^{B}}\right)^{\beta}\left(\frac{g^{A}}{k^{A}}\right)^{\theta} - \rho - \delta\right] \tag{13}$$

Según la expresión (13), la tasa de crecimiento bajo un planificador será constante en la medida en que los cocientes $\frac{g^j}{k^j}$ y $\frac{k^B}{k^A}$ se mantengan invariantes a lo largo del tiempo. Para el primer caso ya se ha señalado que, bajo el supuesto de que todo lo recaudado en una comunidad se devuelve a la misma en forma de gasto público, g^j y k^j van a crecer a la misma tasa. Respecto al cociente, $\frac{k^B}{k^A}$ éste tan solo se mantendrá constante si se cumple la siguiente hipótesis: las funciones de utilidad y producción son idénticas en ambas regiones, con tasas de crecimiento demográfico iguales[9]. Si bien es de justicia reconocer que se trata de un supuesto considerablemente restrictivo, el alcance limitado de trabajo impide relajar su contenido. Por ello, en la discusión que sigue se establece que $\alpha = \beta$, $\gamma = \theta$ y $n^A = n^B$.

En otro orden de cosas se advierten las diferencias existentes entre las tasas de crecimiento en un marco competitivo y en presencia de un planificador. Una primera distinción reside en el segundo término dentro del corchete de la expresión (13). Con éste se incorporan los efectos que los incrementos del capital privado de A tienen sobre la producción (y el bienestar) de B, en la medida en que existen efectos desbordamiento del gasto público productivo provisto en una comunidad sobre la otra. El planificador considera la externalidad negativa que la congestión existente en A tiene en B, por lo que, en principio, la tasa de crecimiento óptima en la solución planificada es inferior a la de la solución competitiva ya que en el primer caso se internaliza esta congestión. Expresando el segundo término del corchete como $\theta \frac{y^B}{k^A}$ se pone de manifiesto que la magnitud en que esta congestión es tenida en cuenta depende de dos factores básicos: la elasticidad de la producción de B al gasto público efectuado en A (θ) y la importancia relativa que el tamaño de la economía de la región B representa respecto al capital privado de A ($\frac{y^B}{k^A}$). Así, cuanto mayor sea la importancia que el efecto desbordamiento tiene sobre la producción de B y/o más elevada la producción de dicha región en relación al capital físico de A, menor tasa de crecimiento definirá el planificador en A, a efectos de no perjudicar la producción de una región bastante sensible a g^A y de notable peso económico en el Estado.

En segundo lugar, como ya se ha señalado en la literatura especializada (ver Barro, 1990), los agentes optimizadores en un contexto descentralizado no son conscientes en su toma de decisiones de las relaciones que se establecen entre el nivel de renta regional y la provisión de un cierto nivel de gasto público a través de la recaudación impositiva. En efecto, los individuos adoptan decisiones que tan sólo tienen en cuenta la rentabilidad privada de su inversión sin considerar que una mayor renta (fruto de su inversión) genera una provisión superior de gasto público, elevando así la productividad marginal de su capital y, en presencia de mercados

9. Obviamente, ello no quiere decir que k^A haya de ser igual que k^B; debe recordarse que ambas variables parten de diferentes valores iniciales, aunque luego exijamos que su evolución sea idéntica.

competitivos, la rentabilidad de sus inversiones. Ello conlleva, a diferencia del argumento anteriormente expuesto y relacionado con los efectos de la congestión, la posibilidad de que la tasa de crecimiento en una economía dirigida sea superior a la definida en un entorno descentralizado. El término (1 - τ) presente en (10) hace referencia a esta rentabilidad social no considerada por las familias productoras en sus decisiones de inversión.

Empleando las expresiones obtenidas hasta ahora y sencillas operaciones algebraicas, puede derivarse una condición unívoca que garantiza una tasa de crecimiento del consumo per cápita en la solución descentralizada superior a la que alcanzaría un dictador benevolente. En efecto,

$$\phi_c^A > \chi_c^A \quad \leftrightarrow \quad \frac{1}{\sigma}\left[(1-\tau)\lambda\left(\frac{g^A}{k^A}\right)^{\alpha}\left(\frac{g^B}{k^B}\right)^{\gamma}(1-\alpha)-\rho-\delta\right] >$$

$$\frac{1}{\sigma}\left[\lambda\left(\frac{g^A}{k^A}\right)^{\alpha}\left(\frac{g^B}{k^B}\right)^{\gamma}(1-\alpha)-\lambda\frac{k^B}{k^A}\theta\left(\frac{g^B}{k^B}\right)^{\beta}\left(\frac{g^A}{k^A}\right)^{\theta}-\rho-\delta\right] \tag{14}$$

Agrupando todos los términos en el primer miembro y sacando factor común en $\lambda\left(\frac{g^A}{k^A}\right)^{\alpha}\left(\frac{g^B}{k^B}\right)^{\gamma}(1-\alpha)$ se obtiene una condición necesaria y suficiente para que $\phi_c^A > \chi_c^A$, a saber,

$$\tau < \frac{\theta}{1-\alpha}\,\frac{k^B}{k^A}\,\frac{\left(g^B/k^B\right)^{h}}{\left(g^A/k^A\right)^{p}} \tag{15}$$

donde $h = \beta - \gamma$ y $p = \alpha - \theta$. Ello implica que para valores del tipo impositivo inferiores al segundo miembro de la expresión (15) puede afirmarse que la tasa de crecimiento de una economía descentralizada será mayor que la conseguida por un planificador. En otros términos, la última expresión establece un valor máximo para el tipo impositivo (variable que reduce la tasa de crecimiento descentralizada frente a la planificada) con la intención de garantizar el que aquella sea superior a ésta. De esta forma, se advierten las siguientes interrelaciones: a) Cuanto mayor sea la proporción que el capital privado instalado en A suponga respecto al de B (inversa de k^B / K^A), menor habrá de ser el tipo impositivo si se quiere que la tasa de crecimiento de la solución descentralizada supere a la del planificador; b) cuanto mayor sea θ, es decir, la elasticidad de la renta per cápita de B respecto al gasto público productivo efectuado en A, mayor debe ser el tipo con que se grava la renta de A para que la tasa de crecimiento en esta región en un entorno competitivo sea inferior a la que alcanzaría un planificador. c) cuanto mayor sea la elasticidad de la renta per cápita de A al gasto público efectivo (a) más grande puede ser el tipo impositivo sin que ello conlleve una tasa de crecimiento menor en el entorno competitivo que en el planificado; d) cuanto mayor sea *h*, esto es, la diferencia entre las elasticidades de la renta per cápita de B y A respecto al gasto público efectivo provisto en B, mayor margen existe para el tipo del impuesto sobre la renta a efectos de garantizar que $\phi_c^A > \chi_c^A$, o lo que es lo mismo, mayor será la reducción en términos de capital privado de A que exigirá el planificador y más amplio el margen para que la tasa de crecimiento competitiva supere a la planificada; y e) cuanto mayor sea *p*, es decir, la diferencia entre las elasticidades de la renta per cápita de A y B respecto al gasto público productivo efectuado en A, menor debe ser el tipo con que se grava la renta de A para que la tasa de crecimiento en esta región en un entorno competitivo sea mayor a la que alcanzaría un planificador. Es preciso añadir en este punto que las dos últimas condiciones son válidas si y solo si el cociente $\frac{g^j}{k^j}$ es mayor que 1; en caso contrario los anteriores comentarios a la expresión (15) deben interpretarse en sentido inverso.

Se pone de manifiesto así una de las principales diferencias entre nuestro modelo y el recogido en Barro (1990) –y en aportaciones posteriores. Mientras que en los trabajos publicados la tasa de crecimiento de la solución planificada siempre supera a la competitiva con un impuesto sobre la renta, en nuestro modelo cabe la posibilidad de que el planificador defina una senda de crecimiento óptima inferior a la generada en un marco descentralizado, merced a que el primero valora la congestión que el capital privado de una región tiene sobre los desbordamientos de gasto público hacia la otra, lo que supone limitar el crecimiento de ambas comunidades.

Como ya se señaló al principio de este apartado, en el problema del planificador surgen dos nuevas variables de control: el gasto público productivo realizado en las dos regiones. La condición de primer orden para la provisión óptima de g^A (la traslación al caso de B es inmediata) viene dada, simplificando la notación y reordenando términos para dividir por el multiplicador asociado a la restricción agregada, por

$$\frac{\partial y^A}{\partial g^A} + \frac{\partial y^B}{\partial g^A} = 1 \tag{16}$$

Esta expresión no es más que la condición de eficiencia que iguala el beneficio marginal que una unidad de *g* proporciona tanto en A como en B en términos de producción (a la izquierda del igual) con el coste marginal de proveer dicha unidad de *g* en A (a la derecha) que, por encontrarnos con un único bien numerario (con distintos usos), es igual a 1. Dado que dicha condición es común a la región B también nos muestra que la distribución óptima del gasto público entre regiones debe ser tal que proporcione el mismo beneficio marginal en A y en B, e iguales ambos al coste marginal.

4. TIPOS IMPOSITIVOS ÓPTIMOS Y MAXIMIZADORES DEL CRECIMIENTO Y LA UTILIDAD

Efectuados los anteriores comentarios acerca de la elección óptima bajo una economía completamente planificada conviene regresar parcialmente al marco competitivo para discutir sobre el tipo impositivo que maximiza la tasa de crecimiento (y la utilidad) así como sobre la solución que alcanzaría un planificador benevolente.

En primer lugar, nos preguntamos por el tipo impositivo que hace máxima la tasa de crecimiento del consumo per cápita (y por ende, de la renta per cápita) en un marco competitivo. Previamente vamos a reiterar nuestro supuesto de que el gasto público per cápita provisto por el sector público en la región A coincide con la recaudación tributaria per cápita obtenida en A: $g^A = \tau\, y^A$. Partiendo de esta igualdad se obtiene una expresión de g^A que nos será de utilidad:

$$g^A = \tau\, y^A = \tau\, \lambda\, k^A \left(\frac{g^A}{k^A}\right)^{\alpha} \left(\frac{g^B}{k^B}\right)^{\gamma} \quad \rightarrow \quad g^A = \left(\tau\, \lambda \left(\frac{g^B}{k^B}\right)^{\gamma}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} k^A \qquad (17)$$

Sustituyendo este valor en la tasa de crecimiento $\phi^d_{c_A}$ de la expresión (10) se consigue expresar ésta en función de τ:

$$\gamma^d_{c^A} = \frac{1}{\sigma}\left[(1-\tau)\,\lambda^{\frac{1}{1-\alpha}}\,\tau^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\left(\frac{g^B}{k^B}\right)^{\frac{\gamma}{1-\alpha}}(1-\alpha) - \rho - \delta\right] \qquad (18)$$

Si se calcula la derivada parcial de la expresión (18) respecto a τ y se iguala a cero, despejando el tipo impositivo se obtiene el valor del mismo que maximiza la tasa de crecimiento: $\tau = \alpha$. Dicho valor es igual al exponente del gasto público per cápita g^A en la función de producción de la región A, esto es, la elasticidad de la renta per cápita al gasto público efectuado en A. Como ya habrá intuido el lector, para el caso de la región B $\tau = \beta$. Además, como la función de producción empleada en nuestro modelo es de tipo Cobb-Douglas y no se consideran los efectos desbordamiento que g^A/k^A ejerce sobre la producción de B, el tipo impositivo que hace máxima la tasa de crecimiento también maximiza la utilidad, tal y como se demuestra en Barro (1990). Por tanto, el modelo aquí planteado sigue en este aspecto a la literatura sobre el tema.

Sin embargo, un planificador no elegiría esos tipos del impuesto sobre la renta en una solución centralizada pues además debe satisfacer la condición de eficiencia en la provisión de gasto público recogida en la expresión (16). En efecto, puesto que un dictador benevolente consideraría los beneficios que una unidad adicional de g^A proporciona no sólo a la región A sino también a la vecina B, el tipo impositivo que exigiría para financiar todos los beneficios marginales de g^A -o, de otro modo, la proporción de renta que dedicaría a proveer g^A- sería superior a α. Partiendo de la condición de optimalidad (16), ambos sumandos pueden transformarse en expresiones equivalentes que emplean el concepto de elasticidad:

$$\frac{\partial y^A}{\partial g^A} + \frac{\partial y^B}{\partial g^A} = \alpha \frac{y^A}{g^A} + \theta \frac{y^B}{g^A} \tag{19}$$

Como el tipo impositivo τ se interpreta como la relación entre g^A e y^A y con un valor igual a α (el que maximiza la tasa de crecimiento en un marco descentralizado), se observa con facilidad que la expresión (19) es superior a 1. Esta circunstancia indica que el cumplimiento de la condición de eficiencia exige un tipo impositivo superior a la elasticidad del producto per cápita de una región respecto al gasto público productivo per cápita provisto en dicha región. En otras palabras, la proporción de renta regional que supone g^A en una economía bajo los designios de un planificador es superior a la que se obtiene cuando los agentes maximizan sus funciones objetivo en un entorno descentralizado.

Nuestro modelo nuevamente difiere en este punto del propuesto por Barro (1990). En éste último, el tipo impositivo que hace máxima la tasa de crecimiento descentralizada (α) coincide con el que satisface la condición de eficiencia. Por el contrario, en nuestra aportación, la presencia de efectos externos interregionales obliga a elevar dicho tipo impositivo por encima de α, con la intención de recoger los beneficios adicionales que una unidad de g^A genera en B.

5. CONCLUSIONES

Las limitaciones inherentes a la teoría neoclásica del crecimiento favorecieron la aparición de modelos endógenos que vinculan las tasas de crecimiento a largo plazo con decisiones adoptadas por los propios agentes económicos. Entre este tipo de modelos se encuentran los basados en la llamada tecnología *AK* que permite rendimientos constantes en los factores de producción acumulables. En este sentido, encontramos una línea de investigación que, incorporando el gasto público como un argumento más de la función de producción, define tasas de crecimiento positivas en el estado estacionario sin recurrir al progreso técnico exógeno.

En estas páginas se ha planteado una extensión del modelo de Barro (1990) –y aportaciones posteriores relacionadas– que aborda el problema desde una perspectiva regional. Se han definido dos regiones cuyas funciones de producción incluyen gasto público productivo, considerando además la congestión a que se encuentra sometido dicho gasto. Asimismo, se permite la presencia de efectos desbordamiento interregionales del gasto público provisto en una comunidad sobre la otra.

En este contexto se ha calculado la tasa de crecimiento del consumo en un marco descentralizado. La expresión obtenida al efecto es similar a la obtenida en trabajos anteriores pero incluye una corrección por la congestión que unidades adicionales de capital privado ejercen sobre el gasto público productivo provisto en la región y refleja los efectos *spillovers* que se desbordan del gasto público efectuado en la otra región. La solución que alcanza un planificador central no sólo considera las consecuencias que la inversión privada tiene sobre la recaudación tributaria y, por ende, sobre el gasto público provisto sino que también tiene en cuenta los efectos negativos que la formación de capital físico en una región ejerce sobre los niveles de gasto público que se desbordan hacia la otra. En este sentido, cabe la posibilidad de que la tasa de crecimiento definida por el planificador para cada una de las regiones sea inferior a la obtenida en un entorno competitivo, a pesar de la presencia de un impuesto distorsionante sobre la renta.

En otro orden de cosas, se ha obtenido el tipo impositivo que maximiza la tasa de crecimiento descentralizada y, en la línea señalada por otros autores, se comprueba que coincide con la elasticidad de la renta per cápita al gasto público provisto en la región, suponiendo que dicho gasto se financia exclusivamente con lo recaudado en esta comunidad. Por el contrario, el tipo impositivo que fijaría un planificador se sitúa por encima de este valor en la medida en que recoge los efectos desbordamiento interregionales del gasto público y ha de cumplir la condición de eficiencia en la provisión del gasto público.

En definitiva, el modelo planteado, si bien recoge aspectos comunes a los propuestos por la literatura especializada, presenta notas características que merecen ser consideradas en un análisis regional. Deben reconocerse, por otra parte, las limitaciones que adolece, en especial las referidas a la no movilidad del capital privado entre regiones, a la completa igualdad de las ecuaciones de comportamiento y dinámicas de ambas comunidades para obtener una tasa de crecimiento constante en un marco planificado, y a la inexistencia de desequilibrios fiscales entre las regiones. Quedan abiertas, por tanto, una serie de cuestiones que pueden conducir a un resultado de no poca importancia: la presencia de una dinámica de convergencia regional en el marco de modelos de crecimiento endógeno, en la medida en que se modifiquen las restrictivas hipótesis anteriormente aludidas.

REFERENCIAS

ARROW, K. J. y KURZ, M. (1970), *Public investment, the rate of return and optimal fiscal policy*, Johns Hopkins Press, Baltimore.

BARRO, R.J. (1974), "Are Government Bonds Net Wealth?", *Journal of Political Economy*, 82, pp. 669-699.

BARRO, R. J. (1990), "Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth", *Journal of Political Economy*, vol 98, nº 5, pp. 103-125.

BARRO, R. J. y Sala-i-Martin, X. (1992), "Public Finance in Models of Economic Growth", *Review of Economic Studies*, 59, octubre, pp. 645-661.

BARRO, R. J., MANKIW, N. G. y SALA-I-MARTÍN, X. (1992): "*Capital Mobility in Neoclassical Models of Growth*", NBER Working Paper, nº 4206, noviembre.

BARRO, R. J. y SALA-I-MARTIN, X. (1995), *Economic Growth*, McGraw-Hill International Editions, Singapur.

CASS. D. (1965), "Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Acumulation", *Review of Economic Studies*, 32, pp. 233-240.

COHEN, D. y SACHS, J. (1986): "Growth and External Debt under Risk of Debt Repudiation", *European Economic Review*, 30, 3, junio, pp. 526-560.

FUTAGAMI, K., MORITA, Y. y SHIBATA, A. (1993), "Dynamic Analysis of an Endogenous Growth Model with Public Capital", *Scandinavian Journal of Economics*, 95 (4), pp. 607-625.

GALINDO, M.A. y ESCOT, L. (1998), "Los Efectos del Capital Público en el Crecimiento Económico", *Hacienda Pública Española*, 144, pp. 47-61.

GLOMM, G. y RAVIKUMAR, B. (1994), "Public Investment in Infrastructure in a Simple Growth Model", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18, pp. 1173-1187.

GONZÁLEZ-PÁRAMO, J.M. (1995), "Infraestructuras, Productividad y Bienestar", *Investigaciones Económicas*, vol. XIX (1), pp.155-168.

JONES, L.E. y MANUELLI, R. (1990), "A Convex Model of Equilibrium Growth: Theory and Policy Implications", *Journal of Political Economy*, 98, pp. 1008-1038.

KING, R. y REBELO, S. (1990), "Public Policy and Economic Growth: Developing neoclassical implications", *Journal of Political Economy*, 98, 126-150.

KOOPMANS, T.C. (1965), "On the Concept of Optimal Economic Growth", en *The Econometrics Approach to Development Planning*, North Holland, Amsterdam.

PHELPS, E.S. (1962), "The New View of Investment: a Neoclassical Analysis", *Quarterly Journal of Economics*, 76, 4, pp.548-567.

REBELO, S. (1991), "Long-Run Policy Analysis and Long-Run Growth", *Journal of Political Economy*, 99, 500-521.

ROMER, P.M., (1986), "Increasing Returns and Long-Run Growth", *Journal of Political Economy*, 94, 5, pp. 1002-1037.

SALA-I-MARTIN, X. (1994), *Apuntes de crecimiento económico*, Antoni Bosch Editor, Barcelona.

SOLOW, R. M. (1956), "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics*, 70, pp.65-94.

SOLOW, R. M. (1969), "Investment and Technical Change", en Arrow, K.J. *et al*. (Editores), *Mathematical Methods in the Social Sciences*, Palo Alto, Stanford University Press, 1969.

SWAN, T.W. (1956), "Economic Growth and Capital Acumulation", *Economic Record*, 32, pp. 334-361.

UZAWA, H. (1968): "Time Preference, the Consumption Function, and Optimum Asset Holdings", en Wolfe, J. N. (ed.), *Value, Capital and Growth*, Chicago, Aldine.

Recibido, Mayo de 2001; Aceptado, Octubre de 2001.