

La descomposición de la desigualdad en rentas per cápita por factores multiplicativos a través del índice de Theil: una revisión metodológica e ilustración para las provincias españolas

Juan Antonio Duro*
Universidad Autónoma de Barcelona

Recibido, Enero de 2003; Versión final aceptada, Septiembre de 2003.

BIBLID [0213-7525 (2002); 64; 15-42]

PALABRAS CLAVE: Desigualdad interprovincial, Descomposición índice Theil

KEY WORDS: Cross-province inequality, Theil's decomposition

RESUMEN

Este trabajo aborda algunos aspectos metodológicos poco analizados referentes a la descomposición del índice de Theil por factores multiplicativos. En primer lugar, se subraya que la metodología convencional considera las interrelaciones factoriales en orden a evaluar la importancia de cada factor, aunque de una forma discutible. Este panorama incita a realizar algunos cambios en la formulación con el objeto de mejorar su grado de aceptación. Segundo, se examinan las implicaciones asociadas a la agregación de factores iniciales, como es el caso de las tasas de ocupación y actividad. Tercero, se sostiene que esta técnica descriptiva es análogamente aplicable al análisis de los componentes intra e intergrupos de la desigualdad general. Por último, y como complemento a todo lo anterior, se efectúa una ilustración empírica de la metodología revisada tomando como base a las provincias españolas.

SUMMARY

This work revises some methodological aspects related to Theil's population-weighted index decomposition by multiplicative factors (when it is adapted to income per head analysis). First, the traditional decomposition formula takes into account the interactions between factors, but in a fairly restrictive way. Thus, we suggest a variation; second, we discuss the possibility for aggregating initial factors according to a variety of reasons; third, we argue that this decomposition can be easily extended to between and within-group inequality components. Finally, we make a brief empirical illustration for the Spanish provinces.

* Agradezco los comentarios y sugerencias del Dr Joan Esteban así como la financiación recibida por parte de los proyectos SGR2001-160 y SEC2002-01612.

1. INTRODUCCIÓN

La medición y análisis de las desigualdades territoriales ha constituido una de las áreas de investigación más fructíferas de los últimos años. En lo que hace referencia al indicador de renta utilizado, el grueso de la literatura ha venido considerando a las rentas per cápita como variable equivalente a los niveles de productividad, prodigándose así el uso de las primeras, dada su mayor accesibilidad estadística. Este paralelismo se fundamenta en la amplia difusión del modelo neoclásico de crecimiento (Solow (1956)) y sus conocidos supuestos de pleno empleo perpetuo e invariabilidad espacial-temporal en las tasas de participación.

Es obvio, sin embargo, que tales suposiciones son altamente restrictivas para algunos ámbitos, como es caso regional español, donde no resisten una mínima confrontación con los datos. El pleno empleo dista mucho de cumplirse y las tasas de actividad varían sensiblemente tanto a lo largo de las distintas regiones como en el tiempo. En definitiva, la renta per cápita es una variable mucho más compleja que el nivel de productividad y requiere la necesidad de indagar en el análisis de “otros factores”¹.

En este contexto, una herramienta analítica que ha cobrado recientemente importancia en la literatura nacional consiste en el empleo de técnicas de descomposición de índices de desigualdad. En particular, han sido los índices de Theil (THEIL (1967)) los que han monopolizado la atención. Sirva como botón de muestra las aportaciones, entre otros, de Cuadrado (1991), Esteban (1994), Villaverde (1996), Duro (1997), Duro y Esteban (1998), Cuadrado, Mancha y Garrido (1998), Goerlich (1999 y 2001) y Terrasi (2002).

El principal objetivo de este trabajo se centra precisamente en revisar algunos aspectos metodológicos poco analizados ligadas a este tipo de descomposiciones. En particular, el análisis se concentra en uno de los índices de Theil, el pondera las diferencias de rentas por las poblaciones relativas, por creerlo superior al Theil alternativo, que las pondera a través de las proporciones de renta. Tres son los aspectos tratados: primero, se subraya el insatisfactorio tratamiento de las correlaciones factoriales por parte del método de descomposición que podemos denominar *convencional*. Esto nos inclina a sugerir una variación en la formulación; segundo, exploramos las implicaciones que se derivan de la agregación de algunos de los cuatro factores iniciales, como es el caso de la tasa de ocupación, actividad y estructuras demográficas. Tercero, se expone que este tipo de descomposición puede ser adicionalmente utilizado para examinar los componentes inter e intragrupos

1. Esta sugerencia ha sido ya realizada, en el ámbito internacional, por autores como Browne (1989), Carlino (1992), Dunford (1996) ó Duro y Esteban (1998).

de la desigualdad agregada. Finalmente, y como ilustración de todo lo anterior, se lleva a cabo una aplicación empírica tomando como base a las provincias españolas.

El artículo se estructura en torno a los siguientes apartados. En el apartado 2 se describe el método de descomposición tradicional, siguiendo el enfoque propuesto por Duro y Esteban (1998). A continuación, en el apartado 3 se examina la correlación interfactorial y sus implicaciones para la metodología, a la vez que se exploran las implicaciones procedentes de la agregación de factores originales. El apartado 4 plantea la extensión de esta descomposición a los componentes inter e intragrupos de la desigualdad global. El apartado 5 acoge los principales hallazgos surgidos tras aplicar esta metodología, y las revisiones señaladas, a la distribución provincial de la renta en España. Por último, en el apartado 6 se sintetizan las conclusiones más significativas.

2. LA METODOLOGÍA CONVENCIONAL

La descomposición de índices de Theil por factores multiplicativos de la renta ha despertado el interés de una, más que aceptable, lista de autores españoles. Prueba de ello es la lista de trabajos expuesta en el Cuadro 1, en el que se describen algunos de sus rasgos distintivos.

¿Por qué se descomponen los índices de Theil en particular? La razón se achaca no sólo a que éstos aciertan a cumplir los principales axiomas exigibles a todo índice de desigualdad *aceptable*³ sino, y sobretodo, a sus propiedades de descomponibilidad, que los convierten en especialmente atractivos en el plano analítico. Así, su facilidad para ser descompuestos en partes permite explorar los orígenes de la desigualdad desde diversos puntos de vista.

En concreto, dos han sido los índices de la familia de Theil utilizados: el índice de Theil población-ponderado (o segunda medida de Theil) y el índice de Theil ren-

2. La formulación del índice Theil-1 sería la siguiente:

$$\text{Theil-1} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln \left(\frac{y_i}{\mu} \right)$$

donde α_i es la proporción que significa la renta de la provincia "i" sobre la renta total (nacional); y es el PIB per cápita de la provincia "i"; μ es el PIB per cápita a nivel nacional.

La expresión algebraica para el índice Theil-2 se suministra en el texto principal.

3. Estamos hablando de los axiomas de anonimidad, irrelevancia escalar, independencia poblacional y el crucial principio de transferencias Pigou-Dalton. El lector interesado puede ampliar información consultando los manuales de Theil (1967), Sen (1973) y Cowell (1995).

CUADRO 1
LITERATURA SOBRE DESCOMPOSICIÓN MULTIPLICATIVA DE LOS
ÍNDICES DE THEIL

Autores	Índice	nº factores	Ámbito y Período	Observaciones
Cuadrado (1991)	Theil-1	Dos	CCAA, 1960-87	Tasa Empleo amplia (empleo/pob tot)
Esteban (1994)	Theil-2	Tres	Regiones Europeas, 1986-89	Tasa actividad amplia (act/pob tot)
Villaverde (1996)	Theil-1	Tres	Provincias, 1955-91	Tasa actividad amplia (act/pob tot)
Duro (1997)	Theil-2	Tres y Cuatro	CCAA, 1955-95 (3) y 1960-91 (4)	Tasa actividad amplia a 3 fact (act/pob tot)
Duro y Esteban (1998)	Theil-2	Dos y Cuatro	Muestra Internacional y Países OCDE, 1960-89 y 1970-90	Interpretación distinta descomposición
Cuadrado, Mancha y Garrido (1998)	Theil-1	Dos	CCAA, 1980-95	Tasa Empleo amplia (empleo/pob tot)
Goerlich (1999)	Theil-1	Cuatro	Provincias, 1964-95	
Goerlich (2001)	Theil-1 y Theil-2	Cuatro	Países OCDE	Extensión Duro y Esteban (1998)
Terrasi (2002)	Theil-1	Dos	Regiones Europeas	No proporciona datos numéricos, sólo gráficos

Nota: Theil-1 es el índice de Theil que pondera las diferencias en rentas medias a través de las proporciones de renta. Theil-2 es el índice que pondera éstas por medio de las poblaciones relativas².

Fuente: Elaboración propia.

ta-ponderado (o primera medida de Theil)⁴. Entre ambas posibilidades, nuestras preferencias se decantan por la primera medida. En primer lugar, si nuestro propósito consiste en efectuar una comparación del nivel de bienestar de la población entre territorios, y dado que el PIB per cápita constituye la base convencional para tales comparaciones, una medida de desigualdad basada en los pesos poblacionales parece más apropiada. En segundo lugar, merece la pena destacar que el índice de Theil que pondera las diferencias a través de las poblaciones relativas posee meno-

4. Ver Theil (1967).

res ambigüedades interpretativas al descomponerse por grupos⁵. Finalmente, este índice se caracteriza por atribuir un mayor peso a los cambios que ocurren en el tramo inferior de la escala de rentas, lo cual puede ser de gran atractivo para una parte importante de los investigadores⁶.

Específicamente, su expresión algebraica es la siguiente:

$$T(y) = \sum_{i=1}^n p_i \ln \left(\frac{\mu}{y_i} \right) \quad (1)$$

donde p_i es la población relativa en la provincia i (notación ya adaptada al contexto provincial español); μ representa la renta media española; y_i denota la renta per cápita en la provincia i y \ln es el logaritmo neperiano.

El valor mínimo que hipotéticamente puede alcanzar este índice es cero, circunstancia que describiría un escenario de igualdad absoluta. El valor máximo no se encuentra uniformemente definido sino que depende de los datos específicos en cada caso. No obstante, una cifra próxima a uno puede entenderse como sinónimo de desigualdad elevada. Por otra parte, obsérvese que no esta medida no se encuentra definida para valores de rentas iguales a cero, circunstancia, sin embargo, altamente improbable en el ámbito espacial.

Siguiendo la práctica convencional, la renta de una provincia "i" sería expresada como el producto de cuatro factores diferenciados:

$$y_i = \frac{Y_i}{P_i} = \frac{Y_i}{L_i} \times \frac{L_i}{A_i} \times \frac{A_i}{W_i} \times \frac{W_i}{P_i} = x_i \times e_i \times a_i \times w_i \quad (2)$$

donde Y_i , P_i , L_i , A_i y W_i son el producto total, población total, empleo, población activa y población en edad de trabajar, respectivamente. En consecuencia, x_i es la productividad aparente; e_i la tasa de empleo la tasa de actividad y, finalmente, w_i la tasa de independencia (1-tasa dependencia).

Deseamos ahora medir la contribución de cada uno de estos factores a la desigualdad interprovincial agregada. Mayoritariamente, la fórmula ha sido derivada de forma automática, sustituyendo directamente la expresión (2) en (1) y aprovechando las propiedades de la función logaritmo. Nosotros, sin embargo, vamos a seguir la línea argumental sugerida por Duro y Esteban (1998).

De esta manera, inicialmente definiríamos cuatro vectores de rentas provinciales ficticias, donde dejaríamos en cada caso que uno sólo de los factores variara, fijando el resto en la media española⁷. Tendríamos entonces que

5. Véase Shorrocks (1980).
6. Bourguignon (1979), entre otros autores, ha subrayado las atractivas propiedades de esta medida, así como su sorpresa ante su menor utilización frente a otros índices de desigualdad.
7. Este proceder recuerda al típico análisis shift-share. Dunn (1960) y Esteban (1972) se han convertido en trabajos clásicos en este sentido.

$$\begin{aligned}
 y_i^x &= x_i \times e \times a \times w \\
 y_i^e &= x \times e_i \times a \times w \\
 y_i^a &= x \times e \times a_i \times w \\
 y_i^w &= x \times e \times a \times w_i
 \end{aligned} \tag{3}$$

donde x , e , a , w son las medias correspondientes a cada factor multiplicativo.

Si medimos, ahora, la dispersión de cada renta ficticia respecto a la renta media española, y aplicamos (1) a cada vector de rentas ficticias tendríamos que⁸:

$$\begin{aligned}
 I(y^x) &= \sum_i p_i \ln \left(\frac{\mu}{y_i^x} \right) = \sum_i p_i \ln \left(\frac{x \times e \times a \times w}{x_i \times e \times a \times w} \right) = \sum_i p_i \ln \left(\frac{x}{x_i} \right) = I(x) \\
 I(y^e) &= \sum_i p_i \ln \left(\frac{\mu}{y_i^e} \right) = \sum_i p_i \ln \left(\frac{x \times e \times a \times w}{x \times e_i \times a \times w} \right) = \sum_i p_i \ln \left(\frac{e}{e_i} \right) = I(e) \\
 I(y^a) &= \sum_i p_i \ln \left(\frac{\mu}{y_i^a} \right) = \sum_i p_i \ln \left(\frac{x \times e \times a \times w}{x \times e \times a_i \times w} \right) = \sum_i p_i \ln \left(\frac{a}{a_i} \right) = I(a) \\
 I(y^w) &= \sum_i p_i \ln \left(\frac{\mu}{y_i^w} \right) = \sum_i p_i \ln \left(\frac{x \times e \times a \times w}{x \times e \times a \times w_i} \right) = \sum_i p_i \ln \left(\frac{w}{w_i} \right) = I(w)
 \end{aligned} \tag{4}$$

Adicionando los índices factoriales podemos fácilmente verificar que

$$\begin{aligned}
 &I(y^x) + I(y^e) + I(y^a) + I(y^w) = \\
 &= \sum_i p_i \ln \left(\frac{\mu}{y_i^x} \right) + \sum_i p_i \ln \left(\frac{\mu}{y_i^e} \right) + \sum_i p_i \ln \left(\frac{\mu}{y_i^a} \right) + \sum_i p_i \ln \left(\frac{\mu}{y_i^w} \right) = \\
 &= \sum_i p_i \ln \left(\frac{\mu^4}{y_i^x \times y_i^e \times y_i^a \times y_i^w} \right) = \sum_i p_i \ln \left(\frac{x}{x_i} \times \frac{e}{e_i} \times \frac{a}{a_i} \times \frac{w}{w_i} \right) = \sum_i p_i \ln \left(\frac{\mu}{y_i} \right) = T(y)
 \end{aligned} \tag{5}$$

8. Nótese que los índices de dispersión que se obtienen en (4) difieren de los índices de Theil estrictos o propiamente definidos. Para ello habría de utilizarse como punto de referencia de las rentas ficticias su valor medio ponderado (en cada caso) a lo largo de las regiones, y no la renta media real. No obstante, parecería que una renta media de referencia, que es común para todos los factores, ayuda a interpretar la contribución de cada factor en la desigualdad regional agregada.

Así las cosas, habríamos sido capaces de expresar, de una manera ciertamente elegante, las desigualdades entre provincias como una suma de contribuciones atribuibles a cada factor multiplicativo.

Más allá del interés académico que despierta este ejercicio, los resultados pueden ser utilizados como guía para el diseño de la política espacial. Así, una contribución significativa de los outputs por empleado sugeriría la existencia de problemas estructurales que reducen la movilidad de factores o mantienen la productividad en niveles uniformemente reducidos (reducida dotación infraestructural, de capital humano y tecnológico y/o estructuras industriales defectuosas). Si la tasa de empleo juega un papel preponderante la política de reequilibrio territorial habría de ir dirigida más bien hacia la desregulación del mercado de trabajo o, siguiendo un enfoque keynesiano, a la promoción de la demanda efectiva. Nótese que, en esta circunstancia, las pérdidas de eficiencia ligadas a la reasignación de recursos serían limitadas. En el caso de que las tasas de actividad fueran el componente más relevante la política habría de concentrarse en la mejora de las condiciones de empleo y en la promoción de la participación femenina. Finalmente, si son las estructuras demográficas el componente más significativo habría que incidir en la gestión de los flujos inmigratorios, al menos en el corto plazo⁹.

3. LA CORRELACIÓN FACTORIAL Y LA FÓRMULA DE DESCOMPOSICIÓN

Las descomposiciones efectuadas hasta la fecha, y que se encontrarían en línea con la expresión (5), han omitido cualquier consideración relativa al análisis de las interacciones entre los diversos factores y sus implicaciones para la formulación. Parecería útil, pues, realizar una exploración de este aspecto.

Consideremos, por ejemplo, $I(y^x)$, es decir, el índice factorial que captura la contribución del factor productividad a la desigualdad regional global. Si definimos μ^x como la media a lo largo de las rentas ficticias y_x^{i10} podemos observar que, con una sencilla manipulación,

9. Parece apropiado puntualizar que esta técnica es esencialmente descriptiva. Esto es, constituye un instrumento útil para la identificación de patrones y/o para la provisión de indicaciones generales pero no proporciona información alguna sobre los mecanismos subyacentes a éstos. El porqué la productividad o la tasa de empleo son los principales determinantes de las desigualdades regionales, o el porqué de su evolución concreta son cuestiones que este método es incapaz de responder. Tales respuestas reclamarían otro tipo de análisis fuera del alcance de este trabajo.

10. Por tanto,
$$\mu^x = \sum_{i=1}^n p_i y_i^x$$

$$I(y^x) = \sum_{i=1}^n p_i \ln\left(\frac{\mu}{y_i^x}\right) = \sum_{i=1}^n p_i \ln\left(\frac{\mu}{y_i^x} * \frac{\mu^x}{\mu^x}\right) = \sum_{i=1}^n p_i \ln\left(\frac{\mu^x}{y_i^x}\right) + \sum_{i=1}^n p_i \ln\left(\frac{\mu}{\mu^x}\right) = T(y^x) + \ln\left(\frac{\mu}{\mu^x}\right) \quad (6)$$

y, análogamente para el resto de factores,

$$\begin{aligned} I(y^e) &= T(y^e) + \ln\left(\frac{\mu}{\mu^e}\right) \\ I(y^a) &= T(y^a) + \ln\left(\frac{\mu}{\mu^a}\right) \\ I(y^w) &= T(y^w) + \ln\left(\frac{\mu}{\mu^w}\right) = T(y^w) \end{aligned} \quad (7)$$

donde, $T(y^x)$, $T(y^e)$, $T(y^a)$ y $T(y^w)$, y se corresponden con los índices de Theil propiamente definidos para cada renta ficticia¹¹.

La descomposición convencional podría, entonces, reescribirse en los siguientes términos:

$$T(y) = \sum_r T(y^r) + \sum_r \ln\left(\frac{\mu}{\mu^r}\right) \quad r = x, e, a, w \quad (8)$$

El índice de Theil aplicado a las rentas per cápita sería adicionalmente separable en como una suma de Theils aplicados individualmente a cada uno de los factores y una serie de componentes de ajuste, que capturarían las diferencias entre las rentas medias ficticias y la renta media real.

¿Dónde se encuentran las correlaciones factoriales? Dada la expresión (8) la intuición nos conduciría a pensar que éstas se hallan incluidas en los componentes de ajuste. En efecto, así es. No sería complicado demostrar que¹²:

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{\mu}{\mu^x}\right) &= \ln\left(1 + \frac{\sigma_{x, eaw}}{\mu^x}\right) \\ \ln\left(\frac{\mu}{\mu^e}\right) &= \ln\left(1 + \frac{x\sigma_{e, aw}}{\mu^e}\right) \\ \ln\left(\frac{\mu}{\mu^a}\right) &= \ln\left(1 + \frac{x\sigma_{a, w}}{\mu^a}\right) \end{aligned} \quad (9)$$

11. Nótese que $T(y^r)$, donde $r = x, e, a$ no son índices cardinalmente equivalentes a $T(r)$.
12. La derivación detallada de estas expresiones no se ha reproducido en el texto para salvar espacio. En cualquier caso, esta disponible ante cualquier petición.

donde $\sigma_{x,eaW}$, $\sigma_{e,aW}$, $\sigma_{a,W}$ y μ^x son las covarianzas (ponderadas) entre productividad y la tasa de empleo en sentido amplio (ocupación/población total), entre tasa de empleo y tasa de actividad en sentido amplio (activa/población total) y entre tasa de actividad y el ratio población en edad de trabajar sobre población total, respectivamente.

Entonces los índices factoriales convencionales podrían ser expresados como¹³

$$\begin{aligned} I(y^x) &= T(y^x) + \ln\left(1 + \frac{\sigma_{x,eaW}}{\mu^x}\right) \\ I(y^e) &= T(y^e) + \ln\left(1 + \frac{x\sigma_{e,aW}}{\mu^e}\right) \\ I(y^a) &= T(y^a) + \ln\left(1 + \frac{xe\sigma_{a,W}}{\mu^a}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

Las interrelaciones alterarían, pues, los valores alcanzados por los índices factoriales, a excepción hecha del índice correspondiente a las estructuras demográficas. Obsérvese, sin embargo, que tales interrelaciones se incluyen de una forma heterogénea en los valores de los diversos índices. Por ejemplo, en el caso de la tasa de empleo ($I(y^e)$), la correlación entre este factor y la productividad no es considerada. Sucede lo mismo con la tasa de actividad ($I(y^a)$), que, además, tampoco incluye su interacción con la tasa de empleo. De hecho, y yendo más lejos, el índice correspondiente al factor demográfico ($I(y^w)$) no se ve afectado por ningún componente de correlación.

En tales circunstancias, parece razonable que nos cuestionemos acerca de las limitaciones del método. Seguro que podemos imaginar razones teóricas por las cuales las correlaciones omitidas debieran ser consideradas, al menos a priori, en el seno de los diversos índices.

Dado, pues, que la atribución automática de las correlaciones llevada a cabo por el Theil nos deja ciertamente insatisfechos, se nos antoja una opción mejor, en términos de interpretación de los resultados y de grado de aceptación, desglosar el índice global como una suma de Theils individuales, que recabarían las contribucio-

13. Nótese que, en el caso de registros suficientemente pequeños, estas expresiones podrían simplificarse en:

$$\begin{aligned} I(y^x) &\approx T(y^x) + \frac{\sigma_{x,eaW}}{\mu^x} \\ I(y^e) &\approx T(y^e) + \frac{x\sigma_{e,aW}}{\mu^e} \\ I(y^a) &\approx T(y^a) + \frac{xe\sigma_{a,W}}{\mu^a} \end{aligned}$$

nes parciales achacables a cada factor, más una serie de componentes de ajuste/interacción¹⁴. Tendríamos entonces que

$$T(y) = T(y^x) + T(y^e) + T(y^a) + T(y^w) + \ln\left(1 + \frac{\sigma_{x, eaw}}{\mu^x}\right) + \ln\left(1 + \frac{x\sigma_{e, aw}}{\mu^e}\right) + \ln\left(1 + \frac{x\sigma_{a, w}}{\mu^a}\right) \quad (11)^{15}$$

Entendiendo que esta expresión es suficientemente aceptable, podríamos plantearnos la conveniencia de agregar algunos de los factores inicialmente diferenciados. Candidatos inmediatos en esta dirección serían las tasas de empleo y de actividad. Primero, porque existen razones para pensar que las tasas de empleo son determinantes relevantes de las tasas de actividad¹⁶; segundo, porque puede defenderse que el uso de las tasas de empleo como indicador del estado de los mercados laborales es discutible habida cuenta de la exclusión de los no-empleados¹⁷. La síntesis en un único factor, por consiguiente, nos proporcionaría una imagen más precisa entorno al papel global jugado por los mercados de trabajo, y su funcionamiento.

De hecho, podemos ir más allá y, como sugieren Duro y Esteban (1998), eliminar el factor demográfico, dada su limitada relevancia en algunos contextos. Aunque esto, evidentemente, será dictado por la muestra concreta de datos, el ejercicio de agregación nos llevaría a manejar únicamente dos factores explicativos, productividades y tasas de ocupación en sentido amplio, quedando la fórmula simplificada en los términos siguientes¹⁸:

$$T(y) = T(y^x) + T(y^{eaw}) + \ln\left(1 + \frac{\sigma_{x, eaw}}{\mu^x}\right) \quad (12)$$

14. Shorrocks (1980, p. 624) señalaba que la evaluación de la importancia de un factor sobre la desigualdad total podía hacerse a partir de dos vías: i) cuánto disminuiría la desigualdad global si el factor en cuestión fuera la única fuente de discrepancia; ii) cuánto disminuiría la desigualdad si las diferencias en este factor fueran eliminadas. Los índices de Theils propiamente contruidos a partir de las rentas ficticias (esto es, $I(y^x)$, $I(y^e)$, $I(y^a)$, $I(y^w)$) serían consistentes con la primera de estas interpretaciones.
15. Nótese que los componentes de ajuste/interacción están expresados de forma comparable, siendo en todos los casos porcentajes.
16. Aunque esta relación existe la posibilidad individual de que sea negativa, si un mayor empleo reduce el incentivo de otros miembros de los hogares a incorporarse al mercado de trabajo, la evidencia general tiende a respaldar la existencia de una relación positiva, fundamentalmente explicada por el llamado *efecto-ánimo*. Consúltese, por ejemplo, la evidencia obtenida por Elhorst (1996) para las regiones europeas.
17. Consúltese Murphy y Topel (1997).
18. Para el caso de tres factores (léase x, ea y w) la fórmula tomaría la siguiente expresión:

$$T(y) = T(y^x) + T(y^{ea}) + T(y^w) + \ln\left(1 + \frac{\sigma_{x, eaw}}{\mu^x}\right) + \ln\left(1 + \frac{x\sigma_{ea, w}}{\mu^{ea}}\right)$$

La demostración está disponible ante cualquier petición.

Con su uso podríamos, por ejemplo, esclarecer si la política territorial habría de dedicarse a promover las productividades (vía reestructuración y/o mejor dotación de factores productivos) o a desarrollar una política desregulatoria de los mercados de trabajo.

4. LA EXTENSIÓN DEL MÉTODO A LOS COMPONENTES INTRA E INTERGRUPOS

La descomposición multiplicativa ha sido convencionalmente utilizada con el objeto de explorar el nivel global de desigualdad y su patrón temporal. No obstante, la descomposición por medio de factores multiplicativas puede extenderse sin complicaciones al análisis de los componentes intra e intergrupos de la desigualdad global. Estos componentes, como es bien sabido, nacen de la capacidad que detentan algunos índices de desigualdad para desglosarse en una media ponderada de las desigualdades en el interior de subgrupos de observaciones (componente intragrupos o interno) y la desigualdad demostrada entre los subgrupos (componente intergrupos o externo)¹⁹. Habría, entonces, que seleccionar un criterio para la delimitar las agrupaciones. Una elección natural en el caso de las provincias consistiría en utilizar las fronteras autonómicas (criterio político-administrativo)²⁰.

Las implicaciones que emergen de este análisis pueden ser de interés. Por ejemplo, en términos de política, los hallazgos ofrecerían pistas acerca de la idoneidad de implementar políticas de reequilibrio territorial bajo un diseño provincial o regional. Por otra parte, y desde un punto de vista más académico, los resultados pueden ser utilizados para testar el valor informativo de las propias agregaciones. Así, un valor elevado del componente intergrupos (intragrupos) sería percibido como un respaldo a la síntesis provincial en base a las CCAA.

Como se encargó de subrayar Bourguignon (1979), $T(y)$ es la única medida que pondera las diferencias de renta a través de la población, que es descomponible en este sentido (por grupos) y que, a su vez, satisface los axiomas básicos establecidos para la medición de la desigualdad (ver nota nº 3). En términos algebraicos, la formulación sería la siguiente:

19. De hecho, en la literatura sobre medición de la desigualdad se califica a un índice como *descomponible* si es separable por grupos (ver Shorrocks (1980) y Bourguignon (1979), entre otros).
20. Es evidente que existen otras agrupaciones alternativas. Éste sería el caso, por ejemplo, de las “áreas geoeconómicas” señaladas por Alcaide (2002), o la conformación de grupos a través de medidas de polarización, como sostiene Gradín (2000). En todo caso, y como se verá a continuación, las agrupaciones de las provincias por CCAA emergen como altamente significativas en su explicación de las desigualdades provinciales globales.

$$T(y) = T(y)_W + T(y)_B = \sum_{g=1}^G p_g T_g(y) + \sum_{g=1}^G p_g \ln \left(\frac{\mu}{y_g} \right) = \sum_{g=1}^G p_g T_g(y) + T(y_g) \quad (13)$$

donde $T(y)_W$ es el componente intragrupos y $T(y)_B$ es el componente intergrupos; g son los grupos de provincias (i.e., CCAA); p_g e y_g son la población relativa y la renta media correspondiente al grupo g (CCAA g), respectivamente, y $T_g(y)$ es la desigualdad interprovincial existente en el grupo g y $T(y_g)$ es el índice de Theil aplicado a las rentas medias de cada grupo.

Dada la expresión que toman ambos componentes, cabe plantearse de inmediato su desglose por factores multiplicativos. Fijese que el componente intergrupos no es más que un índice de Theil, en este caso aplicado a las CCAA como unidades básicas de estudio. El componente intra, por su parte, es una media ponderada de índices de Theil regionales que, a su vez, pueden ser descompuestos de forma multiplicativa.

Si se consideran dos factores, productividad y resto, tendríamos entonces:

$$T(y) = T(y)_W + T(y)_B = \sum_{g=1}^G p_g T_g(y) + \sum_{g=1}^G p_g \ln \left(\frac{\mu}{y_g} \right) = \sum_{g=1}^G p_g T_g(y) + T(y_g) \quad (14)$$

$$\left[\sum_{g=1}^G p_g T_g(y^x) + \sum_{g=1}^G p_g T_g(y^{eaw}) + \sum_{g=1}^G p_g \text{interact}_g \right] + [T(y_g^x) + T(y_g^{eaw}) + \text{interact}]$$

donde interact es el componente de ajuste que figura en la expresión (12) y que recoge el efecto de la interacción de los factores sobre la desigualdad agregada. Cuando toma el subíndice g se refiere al componente surgido en la descomposición interna de cada CCAA y sin éste se refiere al emergido tras descomponer la desigualdad entre CCAA.

5. UNA ILUSTRACIÓN EMPÍRICA PARA LAS PROVINCIAS ESPAÑOLAS

En esta misma revista, sin ir más lejos, han aparecido varios artículos destinados a examinar las desigualdades provinciales en España sobre la base de la descomposición multiplicativa convencional. Villaverde (1996), por un lado, descompone la desigualdad provincial a partir de la utilización del índice de Theil renta-poderado; por otro, Goerlich (1999) ofrece los resultados que se desprenden cuando se utiliza como índice de desigualdad de referencia el Theil poblacional. Este último es, pues, el trabajo más cercano a nuestro artículo. En todo caso, habríamos de subrayar algunas

de las diferencias existentes. En primer lugar, nosotros utilizamos una versión modificada de la descomposición convencional, dada la insatisfacción generada por el tratamiento de las correlaciones factoriales; segundo, proveemos los resultados para una descomposición de formato bifactorial, en la que los únicos factores examinados serían la productividad y las tasas de ocupación en sentido amplio, la cual nos parece suficientemente informativa en el ámbito provincial; y tercero, los cálculos se extienden, adicionalmente, al análisis de los componentes intra e interregional.

En lo que respecta a los datos básicos, y dada su disponibilidad general, el análisis empírico cubre el período 1971-95. Las cifras de renta provincial se corresponden con el PIB a precios de mercado, valorado en ptas de 1986 y suministrado por la Fundación BBVA; los datos sobre población ocupada, población activa y población en edad de trabajar provienen de Mas et al. (2002); y la serie de población provincial se corresponde con la población calculada a 1 de Julio y ha sido recabada de las proyecciones intercensales confeccionadas por el INE.

El Cuadro 2 facilita los principales resultados obtenidos²¹. De la información contenida interesa destacar, entre otros aspectos, que el claro proceso de disminución en la desigualdad interprovincial a lo largo del período (según el Theil un 33%)²² habría descansado en el papel ejercido por el factor productividad. Entre los principales mecanismos explicativos de este fenómeno la literatura ha enfatizado, por ejemplo, la relevancia de los rendimientos decrecientes a escala y la libre circulación del capital, el proceso de difusión tecnológica y el cambio en las estructuras productivas²³.

Los factores laborales, en contraposición, han operado en sentido inverso, contribuyendo a frenar la moderación de las disparidades económicas territoriales globales. Así las cosas, en la actualidad el funcionamiento diferencial de los mercados de trabajo contribuiría a explicar una tercera parte de las desigualdades totales. Aspectos como la limitada movilidad espacial y/o la reducida flexibilidad salarial (vinculada a su vez a los mecanismos de negociación salarial existentes en España) han sido invocados como principales desencadenantes de esta situación²⁴. De

21. Nos gustaría puntualizar que, en un paso previo, verificamos la relevancia explicativa individual del componente demográfico, el cual emergió como poco significativo. Concretamente, su contribución no superaba, en la mayor parte de los años, el 2% de las desigualdades interprovinciales globales. Detalles sobre estos resultados pueden ser facilitados por el autor ante cualquier petición.
22. En esta sección se examinan las desigualdades interprovinciales (espaciales) en rentas medias. Otro tipo de análisis se refiere a las desigualdades dentro de las provincias (personales). Para una exploración de éstas el lector puede consultar el reciente trabajo de Goerlich y Mas (2002).
23. De la Fuente (1996) ofrece una revisión de los principales determinantes teóricos de la convergencia regional, junto a una ilustración para las CCAA. En el contexto provincial, disponemos de trabajos como los de Dolado, González-Páramo y Roldán (1994) y García, Raymond y Villaverde (1995), entre otros.
24. Villaverde (1999) suministra evidencia acerca de la reducida respuesta de los salarios reales regionales ante cambios en las condiciones de los mercados, y, en particular, la productividad y el desempleo.

hecho, puede aventurarse que si a dicha rigidez en los mercados se une la pérdida de instrumentos estabilizadores característica de la UME y la posibilidad de shocks asimétricos de carácter adverso el papel de los factores laborales podría verse acrecentado en el futuro^{25 26}.

En todo caso, merece la pena notar que el disimilar patrón exhibido por ambos componentes, productividad y outputs laborales, junto al aumento en el peso explicativo de los últimos, tenderían a reforzar la utilidad práctica de esta descomposición como instrumento explicativo de las desigualdades globales.

En lo que hace referencia al componente interactivo, que recoge la influencia de las variaciones conjuntas, éste arroja un valor positivo y significativo. Este resultado podría ser percibido como un respaldo a la existencia de cierto margen de actuación ante la eventualidad de shocks asimétricos, y sus efectos sobre los mercados de trabajo regionales, a través de las políticas de promoción de productividades.

Llegados a este punto, parece instructivo comparar estos resultados con los obtenidos por Goerlich (1999) tras aplicar el método convencional. Este autor encuentra, por ejemplo, que el factor productividad contribuye a explicar el 70% de las disparidades provinciales, cifra claramente superior a la revelada por el Cuadro 2, un 40%. Más allá de alguna variación atribuible a diferencias en los datos básicos, el grueso de la discrepancia es imputable al efecto provocado por la asignación automática del componente interactivo al factor productividad. No en vano si sumamos $T(y^*)$ con el término de interacción recuperaríamos una contribución del 67%, muy cercana a la encontrada por Goerlich (1999). Entendemos que, sin explicitar el porqué de este proceder, dicho resultado se nos antoja como altamente restrictivo.

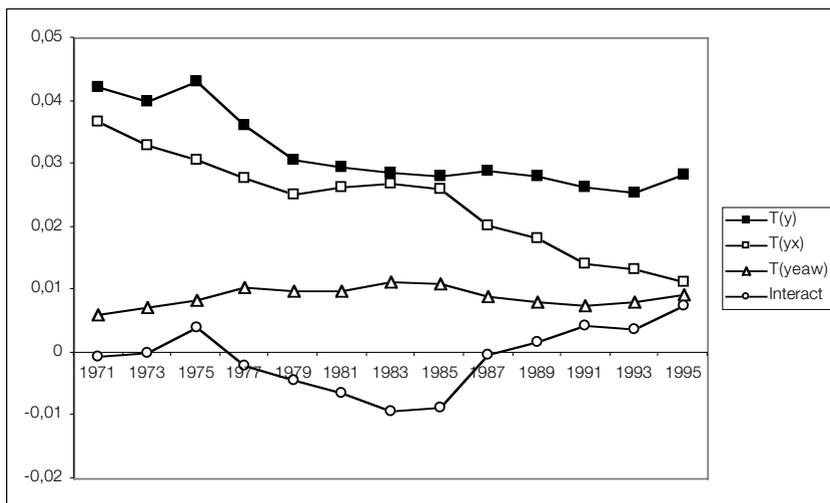
25. Por ejemplo, Krugman (1993) ha alertado sobre la plausibilidad de que la UME, y la mayor exposición a la competencia asociada a ésta, pueda inducir a un incremento en la especialización regional, que se traduciría en una mayor probabilidad de emergencia de perturbaciones espacialmente diferenciadas.
26. Existiría, en todo caso, la posibilidad de que la flexibilidad salarial en la UME aumentara, lo cual coadyuvaría a la mejora en el grado de ajuste de los mercados de trabajo y a la reducción de las disparidades territoriales. Tal posibilidad descansaría en el supuesto efecto disciplinador que la Unión puede ejercer sobre los agentes sociales, los cuales conscientes de las dificultades del escenario pactarían evoluciones salariales paralelas a la productividad. No obstante, esta posibilidad dista mucho de gozar de una amplia aceptación. Piénsese que, por el contrario, podría suceder que la UEM aportara una mayor rigidez salarial si los sindicatos pretendieran armonizar los crecimientos y niveles salariales a los más altos existentes en el área. Consúltese, por ejemplo, la revisión efectuada por Villaverde (1999).

CUADRO 2
DESCOMPOSICIÓN MULTIPLICATIVA DE LA DESIGUALDAD
INTERPROVINCIAL EN ESPAÑA

	T(y)	T(y ^x)	T(y ^{eaW})	Interact term
1971	0,0422	0,0367 (87%)	0,0060 (14%)	-0,0005 (-%)
1973	0,0399	0,0328 (82%)	0,0071 (18%)	0,0001 (0%)
1975	0,0430	0,0305 (71%)	0,0084 (20%)	0,0041 (10%)
1977	0,0360	0,0278 (77%)	0,0105 (29%)	-0,0022 (-6%)
1979	0,0306	0,0250 (82%)	0,0099 (32%)	-0,0043 (-14%)
1981	0,0295	0,0263 (89%)	0,0097 (33%)	-0,0065 (-22%)
1983	0,0287	0,0268 (94%)	0,0113 (39%)	-0,0094 (-33%)
1985	0,0281	0,0259 (92%)	0,0110 (39%)	-0,0088 (-31%)
1987	0,0289	0,0203 (70%)	0,0089 (31%)	-0,0002 (-1%)
1989	0,0279	0,0182 (65%)	0,0080 (29%)	0,0017 (6%)
1991	0,0262	0,0142 (54%)	0,0076 (29%)	0,0044 (17%)
1993	0,0253	0,0134 (53%)	0,0081 (32%)	0,0038 (15%)
1995	0,0282	0,0113 (40%)	0,0092 (33%)	0,0076 (27%)

Fuente: Elaboración propia.

FIGURA 1
DESCOMPOSICIÓN MULTIPLICATIVA DE LA DESIGUALDAD
INTERPROVINCIAL EN ESPAÑA



Fuente: Elaboración propia.

Si, como ejercicio adicional, se desglosa de la misma forma los componentes intra e intergrupos de la desigualdad provincial los resultados que aparecen son como los reflejados en los Cuadros 3 y 4. Éstos exhiben con nitidez el protagonismo de las desigualdades entre CCAA, que constituyen aproximadamente el 90% de todas las desigualdades provinciales. Tendría sentido, por consiguiente, dedicar una atención preferente a este componente. Su desglose por factores multiplicativos pone de manifiesto que la importancia de ambos factores, productividad y laborales, es similar y que se ha llegado hasta ese punto por el descenso en la relevancia de la productividad, como determinante de las desigualdades entre CCAA, y el ascenso en la contribución de los outputs laborales.

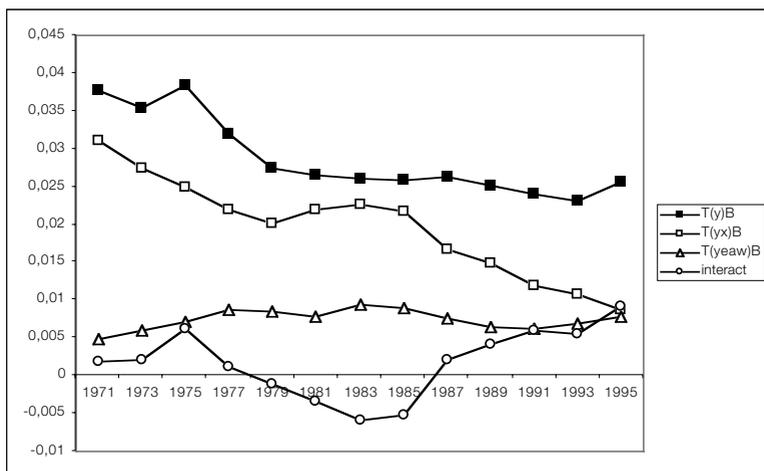
Finalmente, el análisis del componente intragrupos revela, como gran hecho diferenciado, el elevado protagonismo del factor de interacción, así como su signo negativo. Tal resultado, entre otras cosas, parece reducir, en un plano intraregional, las posibilidades de actuación ante los shocks asimétricos. Adicionalmente, este resultado implicaría que la implementación de la fórmula convencional conllevaría a una estimación del papel de la productividad excesivamente reducida, al contrario de lo que ocurriría con el componente intergrupos.

CUADRO 3
DESCOMPOSICIÓN MULTIPLICATIVA DEL COMPONENTE
INTERGRUPOS (CCA)

	$T(y)$	$T(y)_B$	$T(y^*)_B$	$T(y^{eaw})_B$	interact
1971	0,0422	0,0377 (89%)	0,0310 (82%)	0,0049 (13%)	0,0018 (5%)
1973	0,0399	0,0354 (89%)	0,0274 (78%)	0,0059 (17%)	0,0021 (6%)
1975	0,0430	0,0383 (89%)	0,0249 (65%)	0,0072 (19%)	0,0062 (16%)
1977	0,0360	0,0319 (89%)	0,0219 (69%)	0,0088 (27%)	0,0012 (4%)
1979	0,0306	0,0275 (90%)	0,0201 (73%)	0,0084 (31%)	-0,0011 (-4%)
1981	0,0295	0,0265 (90%)	0,0220 (83%)	0,0078 (30%)	-0,0034 (-13%)
1983	0,0287	0,0261 (91%)	0,0226 (87%)	0,0093 (36%)	-0,0058 (-22%)
1985	0,0281	0,0258 (92%)	0,0218 (85%)	0,0090 (35%)	-0,0051 (-20%)
1987	0,0289	0,0263 (91%)	0,0168 (64%)	0,0075 (29%)	0,0020 (8%)
1989	0,0279	0,0252 (90%)	0,0148 (58%)	0,0064 (25%)	0,0041 (16%)
1991	0,0262	0,0240 (92%)	0,0119 (50%)	0,0062 (26%)	0,0059 (24%)
1993	0,0253	0,0232 (92%)	0,0108 (47%)	0,0068 (29%)	0,0056 (24%)
1995	0,0282	0,0256 (91%)	0,0087 (34%)	0,0079 (31%)	0,0091 (35%)

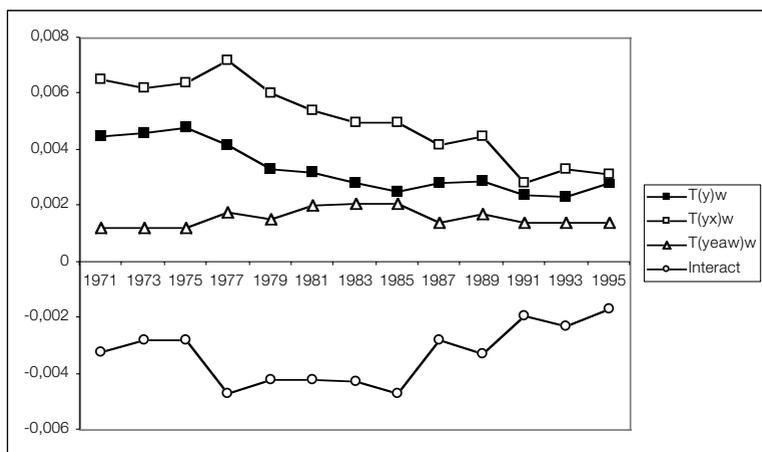
Fuente: Elaboración propia.

FIGURA 2
DESCOMPOSICIÓN MULTIPLICATIVA DEL COMPONENTE
INTERGRUPOS (CCA)



Fuente: Elaboración propia.

FIGURA 3
DESCOMPOSICIÓN MULTIPLICATIVA DEL COMPONENTE
INTRAGRUPOS (CCA)



Fuente: Elaboración propia.

CUADRO 4
DESCOMPOSICIÓN MULTIPLICATIVA DEL COMPONENTE
INTRAGRUPOS (CCAA)

	$T(y)$	$T(y)_w$	$T(y^x)_w$	$T(y^{eaw})_w$	Interact term
1971	0,0422	0,0045 (11%)	0,0065 (144%)	0,0012 (26%)	-0,0032 (-70%)
1973	0,0399	0,0046 (11%)	0,0062 (134%)	0,0012 (26%)	-0,0028 (-60%)
1975	0,0430	0,0048 (11%)	0,0064 (133%)	0,0012 (26%)	-0,0028 (-59%)
1977	0,0360	0,0042 (11%)	0,0072 (170%)	0,0018 (42%)	-0,0047 (-112%)
1979	0,0306	0,0033 (10%)	0,0060 (182%)	0,0015 (47%)	-0,0042 (-129%)
1981	0,0295	0,0032 (10%)	0,0054 (172%)	0,0020 (62%)	-0,0042 (-133%)
1983	0,0287	0,0028 (9%)	0,0050 (182%)	0,0021 (75%)	-0,0043 (-157%)
1985	0,0281	0,0025 (8%)	0,0050 (204%)	0,0021 (85%)	-0,0047 (-189%)
1987	0,0289	0,0028 (9%)	0,0042 (148%)	0,0014 (51%)	-0,0028 (-98%)
1989	0,0279	0,0029 (10%)	0,0045 (154%)	0,0017 (59%)	-0,0033 (-113%)
1991	0,0262	0,0024 (8%)	0,0028 (117%)	0,0014 (60%)	-0,0019 (-77%)
1993	0,0253	0,0023 (8%)	0,0033 (142%)	0,0014 (59%)	-0,0023 (-101%)
1995	0,0282	0,0028 (9%)	0,0031 (110%)	0,0014 (51%)	-0,0017 (-61%)

Fuente: Elaboración propia.

6. CONSIDERACIONES FINALES

Este trabajo ha revisado algunos aspectos metodológicos de interés asociados a la descomposición del índice de Theil por factores multiplicativos (cuando

éste se aplica al análisis de las rentas medias). Específicamente, se ha verificado que la descomposición convencional tiene en consideración, en orden a estimar la importancia de cada factor, las interrelaciones factoriales. No obstante, la forma en que esta inclusión se materializa es cuestionable. En tal caso, sugerimos una reescritura de la fórmula de descomposición, en la que los componentes interactivos aparecerían aislados del resto. Asimismo, se han explorado las implicaciones derivadas de la agregación de factores originales y, en particular, se ha ensalzado el uso de una versión bifactorial, donde productividad y factores laborales serían los componentes diferenciados. Finalmente, se expone que esta descomposición puede extenderse, sin dificultad, al análisis de los componentes intra e intergrupos de la desigualdad.

Como complemento a todo lo anterior, se ha efectuado una aplicación empírica para las provincias españolas, que ha permitido la extracción de los siguientes resultados:

Primero, los niveles de productividad emergen, desde un punto de vista individual, como el principal determinante de las desigualdades interprovinciales, así como de su reciente disminución.

Segundo, y en claro contraste con lo anterior, los factores laborales han contribuido a ampliar dichas disparidades, lo que ha inducido al incremento apreciable de su peso explicativo. Este mayor protagonismo podría incluso prolongarse en el futuro si a las rigideces en los mercados de trabajo se unen la pérdida de instrumentos de estabilización económica fruto de la entrada en la UME y la probabilidad de ocurrencia de shocks asimétricos.

Tercero, el componente interregional constituye el grueso de las desigualdades provinciales. Así como ocurre con el componente global, su minoración se achaca a la convergencia de los niveles de productividad. Por el contrario, los outputs laborales habrían desempeñado un papel fundamentalmente desequilibrador, convirtiéndose, así, en un freno en la trayectoria decreciente de las desigualdades interregionales. Esta situación habría conducido a una progresiva igualación en la importancia relativa de ambos factores multiplicativos.

Cuarto, y en relación con el desglose del componente intraregional, habría que resaltar la entidad y el signo negativo del componente interactivo. En todo caso, este componente manifiesta una significatividad global reducida como explicativo de las desigualdades provinciales globales.

Por tanto, los resultados empíricos vendrían, desde un punto de vista académico, a reforzar la utilidad de este tipo de herramientas, dado los distintos patrones demostrados por los componentes. Asimismo, los hallazgos sugieren la necesidad de destinar una mayor atención al conocimiento de los mecanismos que determinan el funcionamiento de los mercados de trabajo regionales. Las implicaciones de esta investigación podrían ser claves para la evolución futura de las disparidades territoriales en España.

BIBLIOGRAFÍA

- ABRAHAM, F y P. VAN ROMPUY, (1995), Regional Convergence in the European Monetary Union, *Papers in Regional Science*, 74, 125-142.
- ALCAIDE, J., (2002), Delimitación y análisis de las áreas geoeconómicas españolas. Años 1995-2002, *Papeles de Economía Española*, 93, 246-262
- BOURGUIGNON, F., (1979), Decomposable income inequality measures, *Econometrica*, 47, 901-920.
- BROWNE, L.E., (1989), Shifting regional fortunes: the wheel turns, *New England Economic Review*, Federal Reserve Bank of Boston.
- CARLINO, G.A., (1992), Are regional per capita earnings diverging?, *Business Review*, Federal Reserve Bank of Philadelphia.
- COWELL, F., (1995), *Measuring Inequality*, Harvester Wheatsheaf, London.
- CUADRADO, J.R., (1991), Las disparidades regionales en la Comunidad Europea y en España, *De Economía Pública*, 107-122
- CUADRADO, J.R., MANCHA, T. y R. GARRIDO (1998), *Convergencia regional en España. Hechos, tendencias y perspectivas*, Fundación Argentaria.
- DE LA FUENTE, A., (1996), "Economía regional desde una perspectiva neoclásica", *Revista de Economía Aplicada*, 10, 5-63.
- DOLADO, J., J.M. GONZÁLEZ-PÁRAMO y J.M. ROLDÁN, (1994), "Convergencia económica entre las provincias españolas: evidencia empírica (1955-1989)", *Moneda y Crédito*, 198, 81-131.
- DUNFORD, M., (1996), Disparities in Employment, Productivity and Output in the EU: The Roles of Labour Market Governance and Welfare Regimes, *Regional Studies*, 30, 339-357.
- DUNN, E., (1960), A Statistical and Analytical Technique for Regional Analysis, *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, 6, 97-112.
- DURO, J.A., (1997), "Las desigualdades regionales de la renta en España: algunos aspectos de interés", *Hacienda Pública Española* 143, 17-34.
- DURO, J.A. y J. ESTEBAN, (1998), Factor decomposition of cross-country income inequality, 1960-1990, *Economics Letters*, 60, 269-275.
- ELHORST, J., (1996), A Regional Analysis of Labour Force Participation Rates across the Member States of the European Union, *Regional Studies*, 30, 455-465.
- ESTEBAN, J., (1972), A Reinterpretation of Shift-Share Analysis, *Regional Science and Urban Economics*, 2, 249-261.
- ESTEBAN, J., (1994), "La desigualdad interregional en Europa y en España: descripción y análisis", en J. ESTEBAN. J. y X. VIVES (eds), *Crecimiento y Convergencia regional en España y en Europa*, vol. II, Instituto de Análisis Económico (CSIC) and Fundación de Economía Analítica, 13-84.

- GARCÍA, B., J.L. RAYMOND y J. VILLAYERDE, (1995), "La convergencia de las provincias españolas", *Papeles de Economía Española*, 64, 38-53.
- GOERLICH, F., (1999), "Dinámica de la distribución de la renta, 1955-1995: un enfoque desde la óptica de la desigualdad", *Revista de Estudios Regionales*, 53, 63-95.
- GOERLICH, F., (2001), On Factor Decomposition of Cross-Country Income Inequality: Some Extensions and Qualifications, *Economics Letters*, 70, 303-309.
- GOERLICH, F. y M. MAS (2002), Intertemporal and Interprovincial Variations in Income Inequality: Spain, 1973-1991, *Regional Studies*, 36, 1005-1015.
- GRADÍN, C., (2000), Polarization by Sub-Populations in Spain, 1973-91, *Review of Income and Wealth*, , 457-474.
- KRUGMAN, P., (1993), Lessons of Massachusetts for EMU, in TORRES, F. and GIAVAZZI, F. (Eds), *Adjustment and Growth in the European Monetary Union*, 241-261, Cambridge University Press.
- MAS, M., et al. (2002), Capital Humano, Series Históricas 1964-2001, Fundación Bancaja e IVIE.
- MURPHY, K., y R. TOPEL, (1997), "Unemployment and Nonemployment", *American Economic Review. Papers and Proceedings*, May, 295-300.
- SEN, A., (1973), *On Economic Inequality*, Oxford, Clarendon Press.
- SHORROCKS, A., (1980), The Class of Additively Decomposable Inequality Measures, *Econometrica*, 48, 613-625.
- SOLOW, R.M., (1956), A contribution to the theory of economic growth, *Quarterly Journal of Economics*, 70, 65-94.
- TERRASI, M., (2002), National and Spatial Factors in EU Regional Convergence, en J.R. Cuadrado-Roura y M. Parellada (eds), *Regional Convergence in the European Union*, Springer, 185-209.
- THEIL, H., (1967), *Economics and Information Theory*, North-Holland, Amsterdam.
- VILLAYERDE, J., (1996), "Desigualdades provinciales en España, 1955-1991", *Revista de Estudios Regionales*, 45, 89-108.
- VILLAYERDE, J., (1999), "Dispersión y flexibilidad regional de los salarios en España", *Papeles de Economía Española*, 80, 171-184.