

Análisis de agrupaciones provinciales a partir del enfoque de desigualdad y polarización

Juan Antonio Duro*
Universitat Autònoma de Barcelona

Recibido, Febrero de 2004; Versión final aceptada, Noviembre de 2004.

PALABRAS CLAVE: Desigualdad provincial, Polarización, Agrupaciones provinciales.

KEYWORDS: Cross-province inequality, Polarization, Provincial groupings.

RESUMEN

En esta nota se analiza el atractivo asociado a distintas agregaciones provinciales a partir de instrumentos basados en los enfoques de desigualdad y polarización. En particular, se evalúan agrupaciones informales como las NUTS 1 europeas, los *ejes de desarrollo* (Villaverde y Pérez (1996) ó las *áreas geoeconómicas* (Alcaide (2002) y formales, como las sugeridas por Aghevli y Mehran (1981) y Davies y Shorrocks (1989), atendiendo a dos criterios básicos: el error de agregación cometido en cada caso y el número de grupos considerado.

ABSTRACT

In this note we examine the appealing properties associated with some provincial groupings through the use of some instruments based on inequality and polarization approaches. In particular, we explore some informal groupings like European NUTS 1, the development axis (Villaverde y Pérez (1996) and the geoeconomic areas (Alcaide (2002) and also statistical, like the ones suggested by Aghevli y Mehran (1981) y Davies y Shorrocks (1989). In all cases we consider two basic criteria for the comparative analysis: the aggregation error and the number of groups considered.

1. INTRODUCCIÓN

El examen de las desigualdades inter-provinciales en rentas ha gozado de una amplia difusión en la literatura académica. Entre los ejercicios analíticos propuestos, la descomposición de la desigualdad por grupos ha concentrado un gran interés. Esta técnica, como es bien sabido, consiste en agrupar las provincias, de acuerdo

* Agradezco la ayuda financiera procedente de los proyectos SGR2001-160 y SEC2002-01612.

con un criterio de homogeneización razonable, y descomponer a posteriori la desigualdad global en dos factores sintéticos: el factor intra-grupos (ó *within*, siguiendo la terminología anglosajona) y el factor inter-grupos (*between*). El primer componente informa de la parte de la desigualdad global atribuible a las heterogeneidades promedio existentes en el seno de los grupos. El segundo, por su parte, se asocia con la magnitud de las discrepancias en rentas medias observadas entre los grupos, suponiendo nulas las disparidades internas¹.

Típicamente, en la literatura sobre desigualdad inter-provincial, las provincias se han agrupado en función de las CCAA a las que pertenecen, de forma que se descompone la desigualdad global en el componente intra-CCAA e inter-CCAA². Sin embargo, parece instructivo examinar las características asociadas a otras agregaciones, básicamente por dos razones: en primer lugar, se nos antoja interesante explorar la relevancia de agregaciones que no estén acotadas por la división administrativa del territorio nacional; en segundo lugar, nótese que, en términos generales, las agrupaciones son un instrumento utilizado para simplificar de una manera adecuada la información transmitida por las provincias. Idealmente, nuestras preferencias se decantarían, pues, por la consideración de un número de grupos claramente más reducido que el establecido por las CCAA³.

Así las cosas, esta nota de investigación revisa de forma sintética el atractivo asociado a algunas de las fórmulas de agregación provincial establecidas en la literatura. Específicamente, se examina la relevancia de las regiones NUTS 1 europeas establecidas por Eurostat, de las *áreas geoeconómicas* propuestas por Alcaide (2002), de los *ejes económicos* examinados por Villaverde y Pérez (1996), así como de agrupaciones conformadas bajo un criterio de minimización de las desigualdades internas en los grupos (Aghevoli y Mehran (1981) y Davies y Shorrocks (1989).

Dos son los criterios básicos empleados en orden a evaluar el atractivo de las diferentes agregaciones: primero, la magnitud del error de agregación, esto es, la entidad de las imprecisiones cometidas al obviar las heterogeneidades internas;

1. El análisis de la desigualdad por grupos guarda una estrecha relación con el análisis de la convergencia por clubs tecnológicos (Villaverde y Sánchez-Robles (1998)). En ambos casos se trata de particionar la muestra en grupos homogéneos. En el primero la partición se fundamenta en una comparación de niveles mientras que en el segundo se comparan los patrones temporales. De hecho, la descomposición por grupos de un índice de desigualdad (como el Gini o el Theil) es equivalente a la descomposición por grupos del indicador de σ -convergencia (Barro y Sala-i-Martin (1992).
2. Este es el caso de Villaverde (1996), Goerlich (1999) y Duro (2003) en esta misma revista.
3. Piénsese, por ejemplo, que el número de agrupaciones consideradas típicamente para el caso de los estados americanos, con un número similar de observaciones básicas, es claramente inferior. Por ejemplo, que en el caso de los estados americanos, con un número similar de observaciones, la Oficina del Censo (U.S. Census) identifica nueve grupos y BEA (Bureau of Economic Analysis) ocho.

en segundo lugar, nótese que la utilización de este criterio, llevada al extremo, conduciría a priorizar aquéllas distribuciones basadas en la inclusión de un mayor número de grupos. Sin embargo, entendemos que este proceder reduciría el atractivo mismo de las agregaciones que no es otro que el de simplificar de forma atractiva la información original. Una forma de tener en cuenta este aspecto consiste en la observación de los valores mostrados por los Índices de Polarización Generalizada (Esteban (2000)), los cuáles permiten combinar ambos aspectos, errores de agregación y número de grupos.

El artículo se organiza de la forma siguiente. En el apartado 2 se describen algunas de las posibles agregaciones que pueden usarse para la conformación de los grupos provinciales. En el apartado 3 se discute el método seguido para su análisis. El apartado 4 sintetiza los principales resultados empíricos obtenidos. Y una sección final acoge las principales conclusiones derivadas del trabajo.

2. ALGUNOS EJEMPLOS DE AGRUPACIONES

Una posibilidad existente en orden a agrupar las provincias españolas consiste en considerar las áreas NUTS 1, delimitadas por Eurostat para la división territorial europea. A pesar de la inexistencia administrativa de dichas unidades, la división del territorio nacional así establecida no deja de ser espacial y económicamente sugerente. En particular, el territorio queda subdividido en siete zonas: el Noroeste (Galicia, Asturias y Cantabria, el Noreste (PV, Navarra, Rioja y Aragón), Madrid, Centro (CL, C-LM y Extremadura), Este (Cataluña, CV y Baleares), Sur (Andalucía y Murcia) y las Canarias.

Otra fórmula de agregación espacial disponible ha sido propuesta por Villaverde y Pérez (1996). Así, estos autores sugieren la utilidad de considerar los conocidos *ejes económicos* como referencia para el análisis territorial. De esta forma, el territorio nacional vendría descompuesto en: el Valle del Ebro (Aragón, Rioja y Navarra), Arco Mediterráneo (Cataluña, C. Valenciana y Murcia), Cornisa Cantábrica (Asturias, Cantabria, Galicia y PV), Centro (Castilla y León y Castilla-La Mancha), Sur (Andalucía y Extremadura), Archipiélagos (Baleares y Canarias) y Madrid.

Por otra parte, Alcaide (2002) recientemente ha ensalzado la relevancia descriptiva de clasificar a las provincias en base a las *áreas geoeconómicas*, utilizando para ello elementos de afinidad geográfica y económica. Identifica diez zonas: Extrapeninsular, Arco Mediterráneo Norte, Arco Mediterráneo Sur, Cuenca del Ebro, Cornisa Norte, Raya Portugal, Madrid, Meseta Norte, Macizo Ibérico y Meseta y Zona Sur. A diferencia de las regiones NUTS 1 y de los ejes económicos descritos con anterioridad, las *áreas geoeconómicas* se conforman utilizando como unidades básicas las provincias, y no las CCAA. Esta estructuración espacial proporciona a

priori mayor flexibilidad, al permitir que provincias integradas en una misma CCAA puedan formar parte de distintas agrupaciones, a la vez que implica un desglose más detallado del territorio.

En adición a las agregaciones anteriores, establecidas bajo principios más o menos informales, tendría sentido cuestionarse acerca del valor asociado a fórmulas de agregación endógenas. Específicamente, un criterio atractivo en orden a fijar los límites de los grupos podría consistir en establecerlos de tal manera que se minimicen las diferencias de rentas entre las observaciones de cada grupo. Este es, por ejemplo, el método sugerido, y aplicado, por Aghelvi y Mehran (1981) y Davies y Shorrocks (1989).

3. EL MÉTODO DE ANÁLISIS PROPUESTO

Pensemos en la distribución inicial de rentas per cápita a nivel provincial. Como es sabido, ésta puede representarse gráficamente por medio de la conocida curva de Lorenz, que indica los percentiles de renta acumulados asociados a cada percentil de población. La desigualdad, cuantificada a través del coeficiente Gini, vendría descrita por el área existente entre la curva de Lorenz y la recta de 45°, que denota la igualdad perfecta⁴. Las observaciones (provincias en nuestro caso) las tendríamos ordenadas crecientemente en función de su renta. En este contexto, acometemos la agregación de observaciones, que sería equivalente a trazar sucesivas rectas a lo largo de la curva de Lorenz original, tantas como agrupaciones hayan sido consideradas. Sería inmediato comprobar, entonces, que la nueva curva de Lorenz, que podemos llamar *simplificada* o *agrupada*, se situaría más próxima a la recta de 45 que la original, puesto que se están obviando las diferencias internas de renta en el seno de los grupos. Esta omisión sería percibida como el error de agregación, estadísticamente cuantificable a través de la diferencia entre el coeficiente de Gini original (G) y el descrito por la distribución simplificada (G_s). Así las cosas, parecería razonable emplear el valor asignado a dicho error con el objeto de analizar la capacidad explicativa de cada agregación.

De todas formas, obsérvese que la utilización estricta del error de agregación como indicador para evaluar la bondad de las distintas agregaciones conllevaría,

4. La expresión algebraica del coeficiente de Gini viene descrita por la fórmula siguiente:

$$G(y) = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i p_j |y_i - y_j|}{2\mu}$$

donde y_i y y_j son las rentas per cápita de las provincias "i" y "j" y p_i y p_j son las correspondientes poblaciones relativas.

llevada al extremo, a preferir a aquellas agregaciones que tiendan a considerar un mayor número de agrupaciones. Sin embargo, entendemos que este proceder no resulta del todo convincente habida cuenta que el principal interés de agregar es precisamente simplificar de forma adecuada la información de base. En tales circunstancias, parece especialmente apropiado disponer de algún criterio que permita tener en cuenta este aspecto. Aghevlly y Mehran (1981) y Davies y Shorrocks (1989) recomiendan seleccionar el número óptimo de grupos en línea con la reducción marginal del error que resulta de particionar más la distribución. Desearíamos contar, no obstante, con un criterio más sistemático. En este sentido, y si pensamos que la tarea de agrupar idealmente habría de implicar un número reducido de grupos e internamente homogéneos, parecería razonable utilizar como instrumento adicional para el análisis los Índices de Polarización Generalizada, ó IPG (Esteban (2000))⁵. Específicamente, su formulación algebraica es la siguiente⁶:

$$IPG(\alpha, \beta) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i^{1+\alpha} p_j \left| \frac{y_i}{\mu} - \frac{y_j}{\mu} \right| - \beta(G - G_s) \quad (1)$$

donde p_i y p_j son las poblaciones relativas correspondientes a las agrupaciones provinciales "i" y "j"; y_i y y_j son el PIB per cápita de éstas; μ es el PIB per cápita nacional; G es el coeficiente de Gini de la distribución provincial del PIB per cápita; G_s es el coeficiente de Gini asociado a las agregaciones; α es un parámetro que mide la sensibilidad ante la polarización y que, por construcción, toma valores entre

- 5 La utilización del IPG no excluye el uso del error de agregación anteriormente descrito como indicador para evaluar a las agregaciones. Esto es así, porque el principal atractivo derivado del uso del IPG se debe a que tiene en cuenta el efecto del número de grupos en relación a la descripción de la distribución. De esta forma, nos ayuda a formarnos un juicio cuando nos enfrentamos a agregaciones que consideran un número distinto de grupos. Sin embargo, cuando se comparan agregaciones con el mismo número de grupos, como es el caso de las áreas Nuts 1 y los ejes económicos, o la misma agregación en diferentes puntos temporales, es el error de agregación el indicador utilizable.
- 6 En la formulación (1) se observa que las rentas de los grupos aparecen normalizadas en base a la renta media global tal y como proponen Esteban, Gradin and Ray (1999) y en línea con la aplicación provincial confeccionada por Esteban (2000). Sin embargo, Gradin (1999) utiliza alternativamente como indicador de renta la transformación logarítmica en lugar de la renta relativa. La razón práctica esgrimida por este autor como fundamento de dicha variación se asocia con su mayor consistencia en el caso de una situación de bi-polarización extrema. Sin embargo, parece apropiado realizar algunos comentarios al respecto: primero, la derivación formal del IPG se fundamenta en el empleo de rentas normalizadas (ver también Esteban y Ray (1994)); segundo, la utilización de la expresión en niveles relativos permite trazar una semejanza entre el IPG y el coeficiente de Gini; finalmente, en la amplia mayoría de nuestros casos la polarización se examina para un número de grupos superior a dos, con lo que la razón práctica utilizada por Gradin (1999) reduce su validez. En todo caso, el autor rehizo todos los cálculos tras utilizar transformaciones logarítmicas sin que se encontraran cambios significativos. Datos consultables al autor.

1 y 1.6 y, finalmente, el parámetro β denota el grado de sensibilidad de la medida de polarización IPG al error de agregación⁷.

El primero de los componentes es el llamado Índice de Polarización Simplificada (Esteban, Gradín y Ray (1999)) que captura estrictamente el grado de polarización de la distribución, dados los grupos. Un aumento del número de grupos produciría, *ceteris paribus*, una reducción en el valor de este componente y, por ende, del valor global ofrecido por el IPG. El segundo factor, por su parte, recoge el grado de imprecisión cometido al conformar los grupos. La ampliación del número de grupos tendería a reducir este segundo componente y, consecuentemente, a aumentar el valor final del índice de polarización. En tal caso, el valor final del índice podría ser utilizado como indicador que permitiera sopesar ambos efectos y dilucidar, en adición, cuáles son las agregaciones más atractivas^{8 9}.

4. PRINCIPALES RESULTADOS

Ante todo hay que señalar que los datos de PIB provincial han sido recabados de la FBBVA y, más específicamente, de su publicación *Renta Nacional de España y su distribución provincial. Serie Homogénea*. Por su parte, las series de población se corresponden con la población de derecho calculada a 1 de Julio y procede de la misma fuente.

En el Cuadro 1 se reproducen los principales resultados obtenidos para cada agregación en el año 1995. Se ofrecen los coeficiente de Gini, original y simplificado, el valor del error de agregación (en términos relativos) así como los registros ofrecidos por varios Índices de Polarización Generalizada, donde se ha fijado $\alpha=1.5$ y se toman tres diferentes valores para el parámetro β . De esta forma, tratamos de verificar si se producen alteraciones significativas en los resultados del índice al sopesar en mayor o menor medida el error de agregación¹⁰. En los Cuadros 2

- 7 Un valor unitario del parámetro β equivaldría a unificar la escala de ambos componentes, por lo que parecería una opción aceptable. En todo caso, puede tener interés comprobar la evolución del índice al tomar valores de β ligeramente superiores e inferiores a la unidad.
- 8 Es necesario señalar, en relación a las aplicaciones prácticas del IPG, que éste es sólo utilizable en el caso en que no hay "solapamiento" entre los grupos, como es el nuestro (Esteban, Gradín y Ray (1999)).
- 9 Es evidente que el análisis sobre la capacidad explicativa y el atractivo de las agrupaciones puede efectuarse sobre la base de otros indicadores distintos del PIB per cápita. Podría usarse, por ejemplo, la estructura productiva o la intensidad de los intercambios inter-provinciales en cada grupo para juzgar acerca de la homogeneidad de los grupos. En todo caso, entendemos que el PIB per cápita es un indicador resumen del funcionamiento económico unánimemente aceptado y, por tanto, nuestro análisis parece suficientemente ilustrativo.
- 10 No se suministran valores del índice asociados a parámetros distintos de 1.5 para así salvar espacio en esta nota. En todo caso, reseñar que los resultados no varían significativamente de los reproducidos en el texto. Detalles adicionales están disponibles ante cualquier petición.

y 3 se facilitan los resultados para dos años anteriores, 1975 y 1955 con el objeto de esclarecer si el grado de precisión de las distintas agregaciones ha registrado variaciones significativas a lo largo del período 1955-1995. A tenor de éstos parece útil hacer hincapié en los siguientes puntos.

Primero, el grado de ajuste de las distintas simplificaciones analizadas es bastante elevado. En concreto, el error estimado no supera en ningún caso el 25%. Parece, pues, que las agregaciones evaluadas no entrañan pérdidas de información excesivamente desproporcionadas.

Segundo, la utilización de las unidades NUTS 1 europeas (siete grupos) como referencia para las agrupaciones provinciales arroja resultados bastante interesantes. La distribución agrupada en base a este criterio nos aproxima el 85% de la distribución provincial original, lo cuál es un grado de precisión notable.

Tercero, los buenos resultados cosechados por las áreas NUTS 1 quedan reforzados si se examina el grado de ajuste correspondiente a los *ejes económicos* (siete grupos) y las *áreas geoeconómicas* (diez grupos). En el primer caso, la capacidad explicativa es significativamente menor que la obtenida para las NUTS 1, con un número idéntico de grupos. Los resultados comparativos son incluso peores en el caso de las áreas geoeconómicas, donde tras considerar un número superior de grupos se incurre en un error de agregación superior.

Cuarto, la observación adicional del valor del Índice de Polarización Generalizada no hace sino confirmar la evidencia anterior. La superioridad de las zonas NUTS 1 como síntesis agrupada de la distribución provincial de la renta queda patente. No obstante, podría esgrimirse que los ejes y las áreas geoeconómicas pueden estar más diseñados para contemplar patrones de crecimiento homogéneos que niveles de renta. Pero, si ello fuera cierto habríamos de haber verificado un incremento en la precisión de ambas agregaciones en el tiempo, que a tenor de los resultados no parece muy convincente¹¹.

Finalmente, tiene interés evaluar los resultados que se desprenden de la utilización de agrupaciones óptimas. Así, si tomamos los datos procedentes de una tipificación a dos grupos observamos que el error de agregación en que se incurre es superior al 20%, lo cuál parece bastante elevado dado el método de delimitación utilizado. Si pasamos de dos a tres grupos el error desciende de forma significativa, situándose en el 11%, hasta llegar a un 6% en el caso en que se identifican cuatro grupos. A tenor del valor que arroja el índice de polarización parece que la agrupación óptima más atractiva correspondería a la de tres grupos, puesto que combina un número muy reducido de grupos con un error de agregación poco importante. No

11 Con todo, no queremos transmitir el mensaje de que las agregaciones tipo ejes económicos o áreas geoeconómicas hayan de ser globalmente rechazadas en términos analíticos. Nuestro argumento se reduce a indicar que si analizamos las agregaciones en base al grado de ajuste sobre la distribución de la renta provincial y el número de grupos considerado las áreas NUTS parecen una opción superior.

obstante, estos resultados no eluden la aparición de un ingrediente espacial en las agrupaciones endógenas. Por ejemplo, en el grupo de renta baja (caso tres grupos) aparecen mayoritariamente provincias situadas en el Sur y Centro de España, a excepción de Madrid, que como es sabido goza de la excepcionalidad asociada al factor capitalidad y en el grupo de renta alta gozan de una posición privilegiada las provincias mediterráneas del Norte^{12 13}.

CUADRO 1
ANÁLISIS AGRUPACIONES PROVINCIALES, 1995

	G_s	$(G - G_s)/G$	IPG($\beta=0.5$)	IPG($\beta=1$)	IPG($\beta=1.5$)
<i>Grupos Exógenos</i>					
Nuts 1 (n = 7)	0.1130	15%	0.0838	0.0739	0.0641
Ejes (n = 7)	0.1044	21%	0.0734	0.0592	0.0451
Geonómicas (n = 10)	0.1105	17%	0.0679	0.0568	0.0457
<i>Grupos Endógenos</i>					
n = 2	0.1032	22%	0.1312	0.1165	0.1018
n = 3	0.1185	11%	0.1303	0.1232	0.1162
n = 4	0.1250	6%	0.1231	0.1192	0.1154
n = 6	0.1286	3%	0.1044	0.1023	0.1003

Notas: * n es el número de grupos

* Los IPG toman, en todos los casos, un valor del parámetro α igual a 1.5.

Fuente: Elaboración propia.

CUADRO 2
ANÁLISIS AGRUPACIONES PROVINCIALES, 1975

	G_s	$(G - G_s)/G$	IPG($\beta=0.5$)	IPG($\beta=1$)	IPG($\beta=1.5$)
<i>Grupos Exógenos</i>					
Nuts 1 (n = 7)	0.1298	16%	0.0928	0.0802	0.0677
Ejes (n = 7)	0.1199	23%	0.0816	0.0641	0.0466
Geonómicas (n = 10)	0.1289	17%	0.0780	0.0650	0.0521
<i>Grupos Endógenos</i>					
n = 2	0.1164	25%	0.1455	0.1263	0.1071
n = 3	0.1401	10%	0.1549	0.1476	0.1402
n = 4	0.1420	8%	0.1361	0.1296	0.1232
n = 6	0.1523	2%	0.1232	0.1220	0.1207

Notas: * n es el número de grupos

* Los IPG toman, en todos los casos, un valor del parámetro α igual a 1.5.

Fuente: Elaboración propia.

12 Detalles disponibles ante cualquier petición.

13 Nótese que los valores producidos por el Índice de Polarización Generalizada para las agrupaciones endógenas, en cualquiera de los formatos, son claramente superiores a los emergidos tras el empleo de las agrupaciones informales. Este resultado es razonable dado como han sido construidas las primeras. Dicho esto, habría que señalar que dada la distinta naturaleza de unas y otras parece conveniente segmentar el uso del IPG en función de la naturaleza de las agrupaciones.

CUADRO 3
ANÁLISIS AGRUPACIONES PROVINCIALES, 1955

	G_s	$(G - G_s)/G$	IPG($\beta=0.5$)	IPG($\beta=1$)	IPG($\beta=1.5$)
<i>Grupos Exógenos</i>					
Nuts 1 (n = 7)	0.2039	15%	0.1459	0.1277	0.1095
Ejes (n = 7)	0.1849	23%	0.1223	0.0946	0.0668
Geonómicas (n = 10)	0.2038	15%	0.1210	0.1028	0.0845
<i>Grupos Endógenos</i>					
n = 2	0.1819	24%	0.2261	0.1968	0.1677
n = 3	0.2170	10%	0.2374	0.2256	0.2140
n = 4	0.2275	5%	0.2186	0.2122	0.2057
n = 6	0.2359	2%	0.1909	0.1888	0.1865

Notas: * n es el número de grupos

* Los IPG toman, en todos los casos, un valor del parámetro α igual a 1.5.

Fuente: Elaboración propia.

5. CONSIDERACIONES FINALES

Esta nota ha revisado el atractivo subyacente a diversas agregaciones provinciales señaladas en la literatura. En particular, se ha explorado, por un lado, el atractivo asociado a las zonas NUTS 1 establecidas por Eurostat, a las áreas geonómicas señaladas por Alcaide (2002), los ejes económicos utilizados por Villaverde y Pérez (1996); y, por otro se han examinado una serie agrupaciones endógenas emergidas tras exigir la minimización de los errores de agregación (desigualdades intra-grupos). Como criterio básico para analizar de forma comparada las agregaciones se ha propuesto utilizar los errores de agregación cometidos, cuantificados a través de la diferencia entre el coeficiente de Gini original y el simplificado. No obstante, y puesto que este criterio, llevado al extremo, llevaría a preferir agregaciones con un número muy elevado de grupos, se propone utilizar complementariamente los Índices de Polarización Generalizada (Esteban (2000).

La evidencia obtenida indica, por ejemplo, que la estructuración espacial asociada a las divisiones NUTS 1 europeas emerge como muy atractiva frente a las otras propuestas informales, dado que combina un error de agregación reducido con el uso de un número limitado de agrupaciones (seis). Así, esta evidencia abonaría la hipótesis de que estas zonas podrían razonablemente convertirse en base para delinear estrategias nacionales de política territorial. Por otro lado, las agrupación endógena preferible parece ser la conformada por tres grupos de provincias, de renta baja, media y alta, donde el error de agregación no supera el 10%. En todo caso, dichas agrupaciones contienen ingredientes espaciales.

BIBLIOGRAFÍA

- AGHEVLI, B.B. y F. MEHRAN (1981), "Optimal Grouping of Income Distribution Data", *Journal of the American Statistical Association*, Nº 76, pp. 22-26.
- ALCAIDE, J. (2002), "Delimitación y Análisis de las Áreas Geoeconómicas españolas. Años 1995-2000", *Papeles de Economía Española*, Nº 93, pp 246-261.
- BARRO, R. y X. SALA-i-MARTIN (1992), "Convergence", *Journal of Political Economy*, Nº 2, pp. 223-251.
- DAVIES, J.B. y A. SHORROCKS (1989), "Optimal Grouping of Income and Wealth Data", *Journal of Econometrics*, Nº 42, pp. 97-108.
- DURO, J.A. (2004), "La descomposición de la desigualdad en rentas per cápita por factores multiplicativos a través del índice de Theil: una revisión metodológica e ilustración para las provincias españolas", *Revista de Estudios Regionales*, nº 70, pp. 63-84.
- ESTEBAN, J. y D. RAY, (1994), "On the measurement of polarization", *Econometrica*, 62, 819-852.
- ESTEBAN, J. (2000), "Un Análisis de la Polarización de la Renta Provincial eb España, 1955-1993", *Moneda y Crédito*, pp. 11-50.
- ESTEBAN, J. C. GRADÍN y D. RAY (1999), "Extensions of a Measure of Polarization with an Application to the Income Distribution of Five OECD Countries", Luxembourg Income Study Working Paper Series, 218, Maxwell School of Citizenship and Public Affairs, Syracuse University, Syracuse, New York (<http://www.lis.ceps.lu/wps/218.pdf>).
- GOERLICH, F. (1999), "Dinámica de la distribución de la renta, 1955-1995: un enfoque desde la óptica de la desigualdad", *Revista de Estudios Regionales*, Nº 53, pp. 63-95.
- GRADÍN, C. (1999), "Essays on Polarization Measurement", Tesis Doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona.
- THEIL, H. (1967), *Economics and Information Theory*, Elsevier/North Holland, New York.
- VILLAVARDE, J. (1996), "Desigualdades Provinciales en España, 1955-1991", *Revista de Estudios Regionales*, Nº 45, pp. 89-108.
- VILLAVARDE, J. y P. PÉREZ (1996), "Los ejes de crecimiento de la economía española", *Papeles de Economía Española*, Nº 67, pp. 63-80.
- VILLAVARDE, J. y B. SÁNCHEZ-ROBLES (1998), "Disparidades provinciales y clubes de convergencia en España", *Revista de Estudios Regionales*, Nº 52, pp. 177-199.